

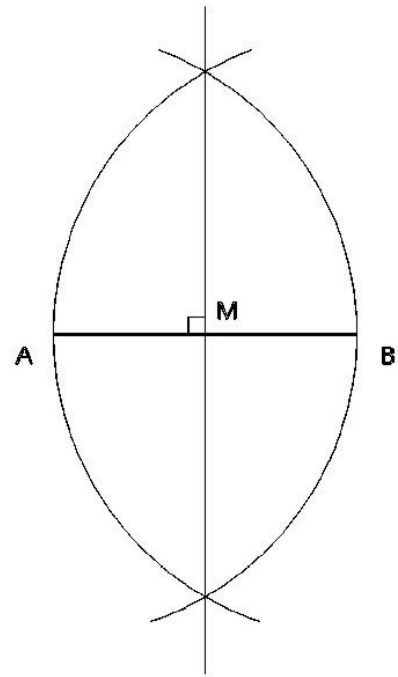
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Γεωμετρικές κατασκευές

Σκοπός των σημειώσεων αυτών είναι να υπενθυμίζουν γεωμετρικές κατασκευές, που θα φανούν ιδιαίτερα χρήσιμες στο μάθημα της παραστατικής γεωμετρίας, της προοπτικής, αξονομετρίας και σκιαγραφίας.

1. Μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος

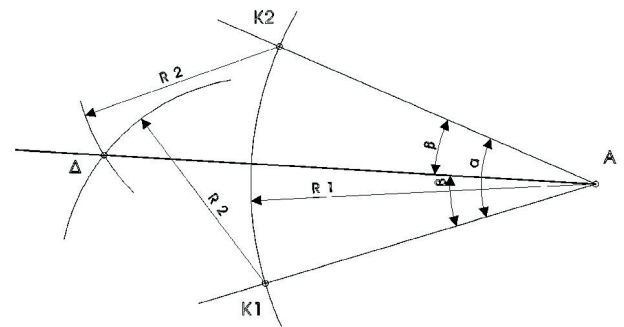
Για να βρούμε το μέσο M του ευθυγράμμου τμήματος AB , κατασκευάζουμε τόξα κύκλων με κέντρο το σημείο A και με κέντρο το σημείο B και ακτίνες μήκους AB (σχ. 1). Από την τομή των δύο τόξων περνά ευθεία, η οποία έχει την ιδιότητα να διχοτομεί το ευθύγραμμο τμήμα AB και να είναι κάθετη προς το AB .



σχ. 1

2 Διχοτόμος γωνίας

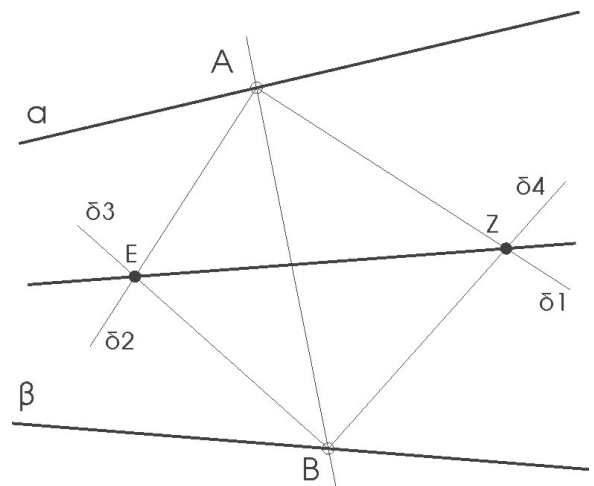
Για να κατασκευάσουμε τη διχοτόμο μιας γωνίας A , φέρνουμε τόξο κύκλου με κέντρο A και τυχαία ακτίνα R_1 . Το τόξο τέμνει τους φορείς της γωνίας A στα σημεία K_1 και K_2 (σχ. 2). Από τα σημεία K_1 και K_2 κατασκευάζουμε τόξα κύκλων με την ίδια ακτίνα R_2 . Η τομή των δύο τόξων δημιουργεί το σημείο Δ . Η ημιευθεία $A\Delta$ διχοτομεί τη γωνία A .



σχ. 2

3 Διχοτόμος γωνίας με άγνωστη κορυφή

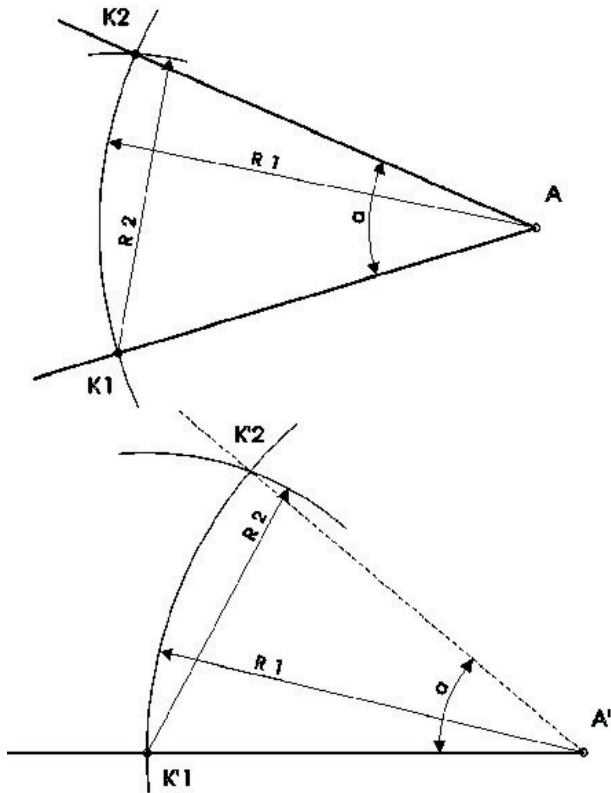
Κατασκευάζουμε ένα τυχαίο ευθύγραμμο τμήμα AB . Με τη μέθοδο προσδιορισμού διχοτόμου, όπως περιγράψαμε στο προηγούμενο παράδειγμα, κατασκευάζουμε τις διχοτόμους δ_1 , δ_2 , δ_3 και δ_4 των τεσσάρων γωνιών που σχηματίστηκαν. Τα σημεία E και Z είναι οι τομές των διχοτόμων ανά δύο και ορίζουν τη διχοτόμο EZ της γωνίας των α και β (σχ. 3).



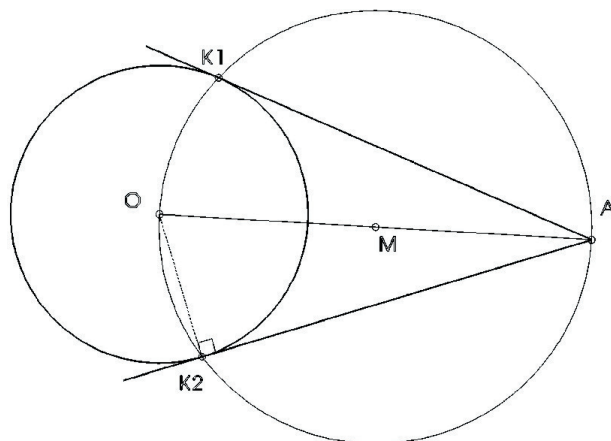
σχ. 3

4 Μεταφορά γωνίας

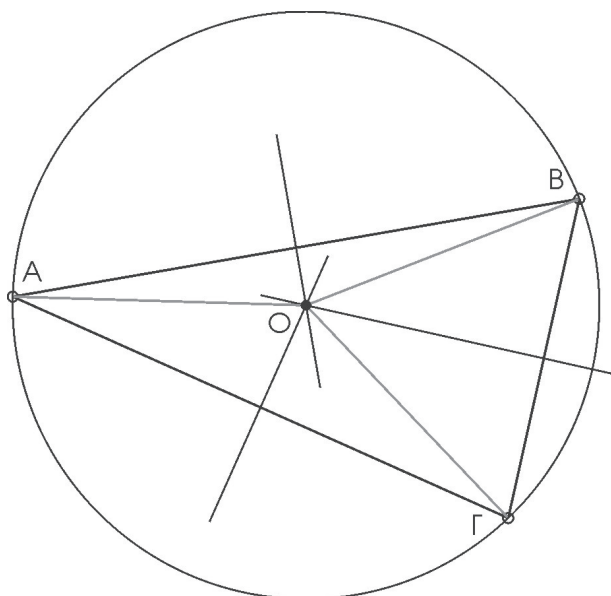
Για να δημιουργήσουμε γωνία A' ίση με μία γνωστή γωνία A , αρκεί να γνωρίζουμε τη θέση του ενός φορέα της και ένα σημείο στο φορέα, που θα



σχ. 4



σχ. 5



σχ. 6

ορίσουμε σαν κορυφή της γωνίας A' . Γράφουμε τόξο κύκλου με κέντρο το σημείο A και τυχαία ακτίνα R_1 . Το τόξο τέμνει τους φορείς της γωνίας A στα σημεία K_1 και K_2 (σχ. 4). Με την ίδια ακτίνα R_1 γράφουμε τόξο κύκλου με κέντρο το σημείο A' . Το τόξο αυτό τέμνει τον ένα φορέα της γωνίας A' στο σημείο K'_1 . Με κέντρο το σημείο K'_1 και ακτίνα $R_2 = K_1K_2$ γράφουμε τόξο κύκλου. Τα δύο τόξα R_1 και R_2 τέμνονται στο σημείο K'_2 . Η ημιευθεία $A'K'_2$, μαζί με την ημιευθεία $A'K'_1$ ορίζουν γωνία $A' = A$.

5. Εφαπτόμενες κύκλου

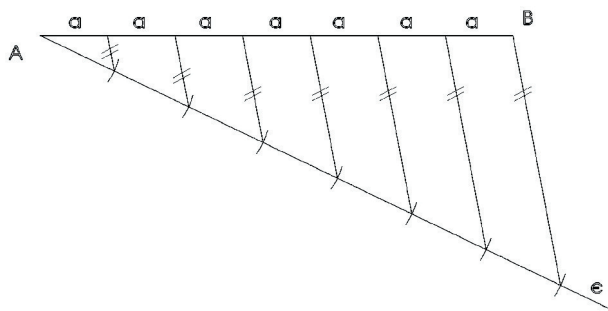
Για να κατασκευάσουμε τις εφαπτόμενες σ' ένα κύκλο (O, r) από ένα σημείο A , που βρίσκεται έξω από την περιφέρειά του, αρχικά γράφουμε το ευθύγραμμο τμήμα OA (σχ. 5) και βρίσκουμε (με κατασκευή μεσοκαθέτου) το μέσο του M . Με κέντρο το σημείο M και ακτίνα MO γράφουμε κύκλο, ο οποίος τέμνει τον αρχικό κύκλο (O, r) στα σημεία K_1 και K_2 . Οι ημιευθείες AK_1 και AK_2 είναι οι εφαπτόμενες από το σημείο A στον κύκλο (O, r) .

6. Κύκλος διερχόμενος από 3 σημεία

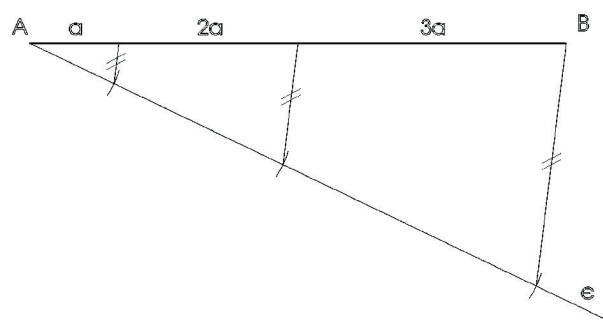
Από τρία σημεία A, B, Γ διέρχεται ένας και μόνο ένας κύκλος. Για να προσδιορίσουμε το κέντρο του, φέρνουμε τις μεσοκαθέτους των τριών ευθυγράμμων τμημάτων $AB, B\Gamma, A\Gamma$ (αρκούν οι δύο από τις τρεις) (σχ. 6). Στην τομή των μεσοκαθέτων βρίσκεται το κέντρο O του κύκλου, ο οποίος έχει ακτίνα OA (ή OB ή $O\Gamma$).

7. Διαίρεση ευθυγράμμου τμήματος σε n ίσα μέρη

Ο χωρισμός ευθυγράμμου τμήματος σε n ίσα μέρη είναι μια εφαρμογή του θεωρήματος του Θαλή του Μιλήσιου. Στο σχήμα 7 παρουσιάζεται ο τρόπος που χωρίζουμε το ευθύγραμμο τμήμα AB σε 7 ίσα μέρη: από το σημείο A γράφουμε μια τυχαία ημιευθεία $A\epsilon$. Ξεκινώντας από το σημείο A ορίζουμε πάνω στην ημιευθεία 7 ίσα και τυχαίου μήκους τμήματα. Ενώνουμε το τελευταίο σημείο της ημιευθείας $A\epsilon$ με το σημείο B . Από καθένα από τα υπόλοιπα σημεία της ημιευθείας $A\epsilon$ γράφουμε ευθείες παράλληλες προς την πρώτη. Στο σχήμα 8



σχ. 7

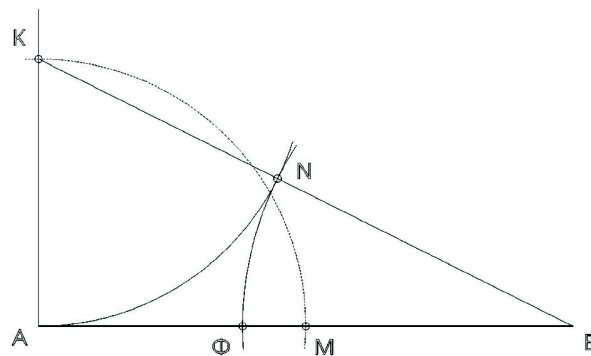


σχ. 8

παρουσιάζεται η ίδια κατασκευή, με τη διαφορά ότι τα τμήματα που χωρίζουμε στο ευθύγραμμο τμήμα AB δεν είναι ίσα, αλλά ανάλογα με αναλογία γνωστή και ίση με 1:2:3.

8. Διαίρεση ευθυγράμμου τμήματος σε μέσο και άκρο λόγο (χρυσή τομή)

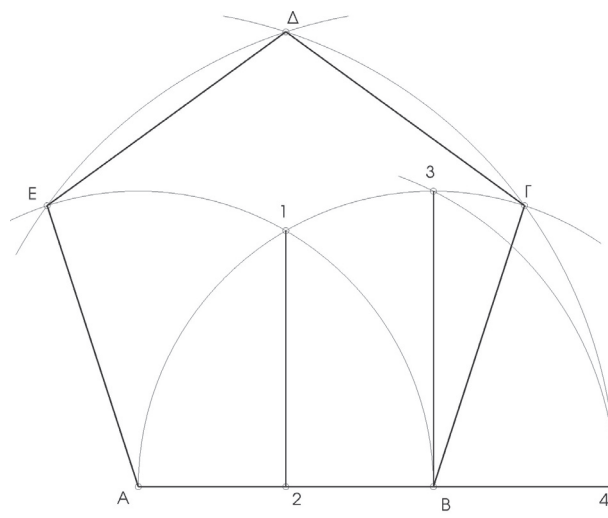
Για να χωρίσουμε το ευθύγραμμο τμήμα AB σε μέσο και άκρο λόγο, γράφουμε έστω από το A (σχ. 9) ημιευθεία κάθετη στο AB και ορίζουμε σημείο K ίσο με το μισό του μήκους του ευθυγράμμου τμήματος AB. Γράφουμε το τμήμα KB. Με κέντρο το σημείο K και ακτίνα KA γράφουμε τόξο κύκλου, το οποίο τέμνει την KB στο σημείο N. Με κέντρο το σημείο B και ακτίνα BN γράφουμε τόξο κύκλου, που τέμνει την AB στο σημείο Φ. Ο λόγος των μηκών των ευθυγράμμων τμημάτων $B\Phi/A\Phi$ είναι ίσος με $\phi = 1,618$, όπως και ο λόγος $AB/\Phi B$.



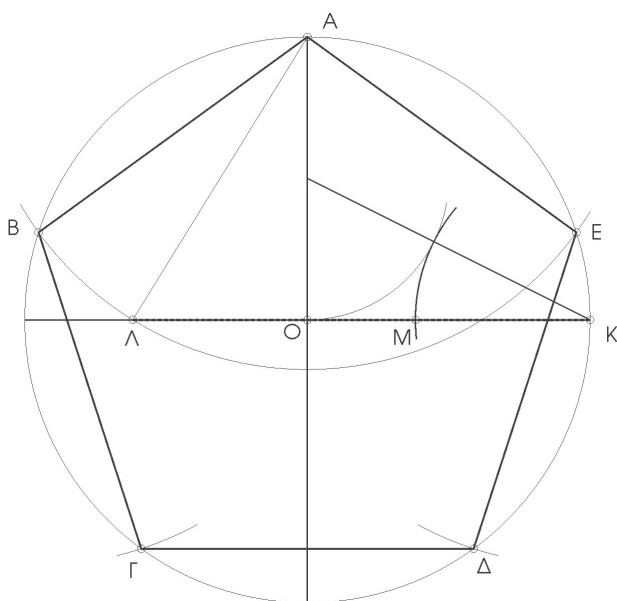
σχ. 9

9. Κανονικό πεντάγωνο

Λαμβάνοντας σαν βάση το AB, με κέντρα τα A και B αντίστοιχα σχεδιάζουμε δύο τόξα που τέμνονται στο σημείο 1 (σχ. 10). Από το σημείο 1 φέρνουμε την μεσοκάθετο στο AB και ορίζουμε το σημείο 2. Από το σημείο B φέρνουμε παράλληλη στην 12, η οποία τέμνει το τόξο του κύκλου (B,BA) στο σημείο 3. Με κέντρο το 2 και με ακτίνα 23 σχεδιάζουμε τόξο κύκλου που τέμνει την προέκταση της AB στο σημείο 4. Με κέντρα τα A και B και με ακτίνα A4 σχεδιάζονται τόξα που ορίζουν τα σημεία Γ, Δ και Ε. Τα σημεία αυτά μαζί με τα A και B αποτελούν τις κορυφές του πενταγώνου.



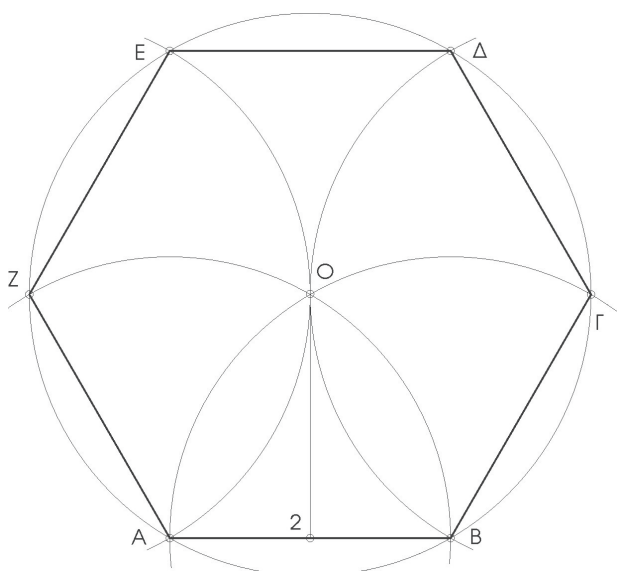
σχ. 10



σχ. 11

10. Κανονικό πεντάγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο

Αν OK είναι η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου του πενταγώνου, χωρίζουμε την OK σε μέσο και άκρο λόγο και ορίζουμε το σημείο M (σχ. 11). Στην προέκταση της OK πέρνουμε τμήμα $OL = KM$. Το ευθύγραμμο τμήμα KL είναι επίσης χωρισμένο σε μέσο και άκρο λόγο στο σημείο O . Φέρνουμε την κάθετη στην OK διάμετρο του κύκλου και ορίζουμε το σημείο A . Με κέντρο A και ακτίνα AL χαράσσουμε τόξο κύκλου, που τέμνει την αρχική περιφέρεια στα σημεία B και E , που είναι σημεία του περιγεγραμμένου πενταγώνου. Μεταφέρουμε το μήκος της χορδής AB και ορίζουμε τα σημεία Γ και Δ .



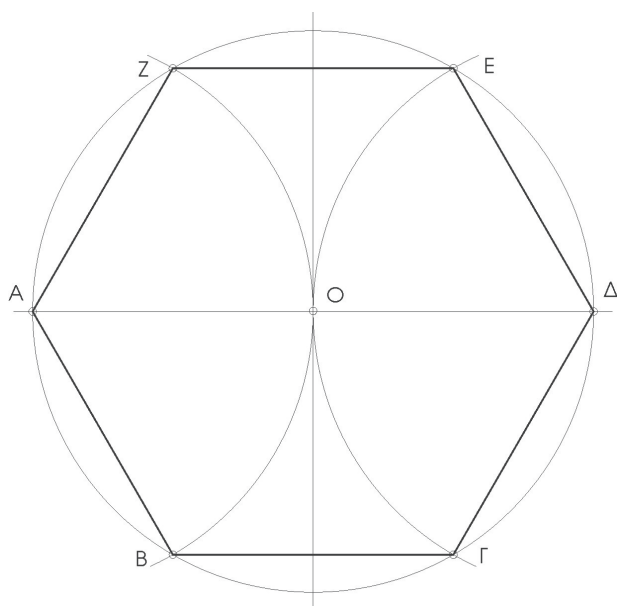
σχ. 12

11. Κανονικό εξαγώνο

Με κέντρα τα A και B και με ακτίνα AB ορίζουμε το σημείο O (σχ. 12). Με κέντρο το O σχεδιάζεται κύκλος με ακτίνα AB , που τέμνει τα τόξα από τα κέντρα A και B στα σημεία Γ και Z , που είναι δύο κορυφές του εξαγώνου. Με κέντρα τα Γ και Z και με ακτίνα πάντα AB σχεδιάζονται δύο νέα τόξα, που τέμνουν το ημικύκλιο στα Δ και E που αποτελούν δύο νέες κορυφές του ζητούμενου σχήματος. Ενώνοντας τα A, B, Γ, Δ, E και Z κατασκευάζεται το κανονικό εξαγώνο πλευράς AB .

12. Κανονικό εξαγώνο εγγεγραμμένο σε κύκλο

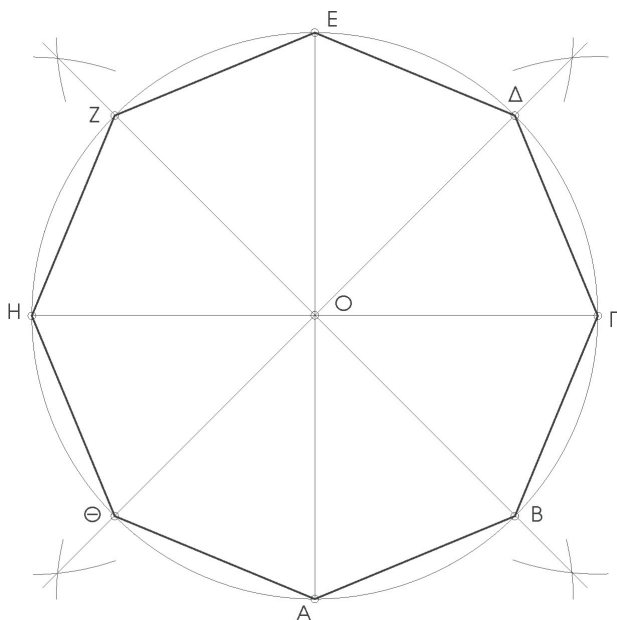
Σχεδιάζεται η κάθετος προς τη διάμετρο του κύκλου στο κέντρο O (σχ. 13). Η τομή της μεσοκαθέτου με την περιφέρεια του κύκλου ορίζει τα σημεία A και Δ και είναι και οι πρώτες κορυφές του εξαγώνου. Με κέντρα τα A και Δ και ακτίνα AO σχεδιάζονται δύο τόξα που τέμνουν την περιφέρεια στα B, Γ, E και Z , σημεία που μαζί με τα A και Δ ορίζουν τις έξι κορυφές του εξαγώνου.



σχ. 13

13. Κανονικό επτάγωνο

Επεκτείνεται η AB και ορίζεται το σημείο I έτσι ώστε $AI = AB$ (σχ. 14). Με κέντρο το B και ακτίνα BI σχεδιάζεται τόξο που τέμνει την κάθετη από το A



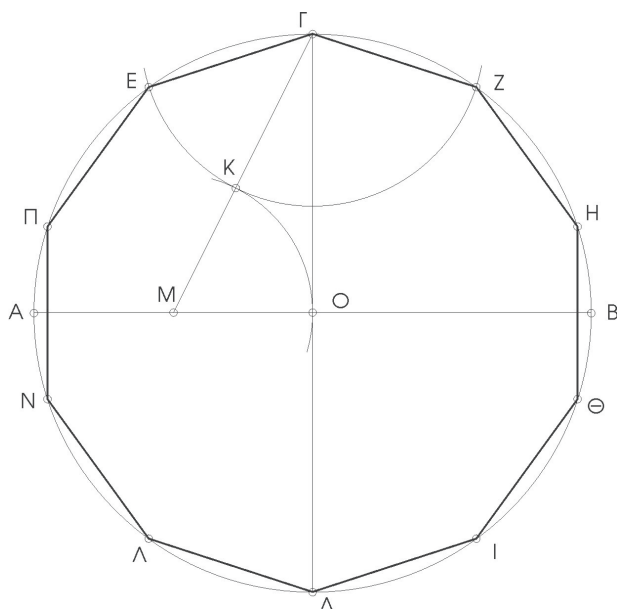
σχ. 17

16. Κανονικό οκτάγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο

Κατασκευάζουμε την κάθετη στη διάμετρο ΓΗ του κύκλου, που τέμνει την περιφέρεια στα σημεία Α και Ε, που μαζί με τα προηγούμενα αποτελούν τις τέσσερις κορυφές του οκταγώνου (σχ. 17). Σχεδιάζουμε τις διχοτόμους των γωνιών, που ορίζονται από το κέντρο του κύκλου και τις κορυφές Α, Γ, Ε, Η. Οι τομές των διχοτόμων με την περιφέρεια ορίζουν τις υπόλοιπες κορυφές του ζητούμενου οκταγώνου.

17. Κανονικό δεκάγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο

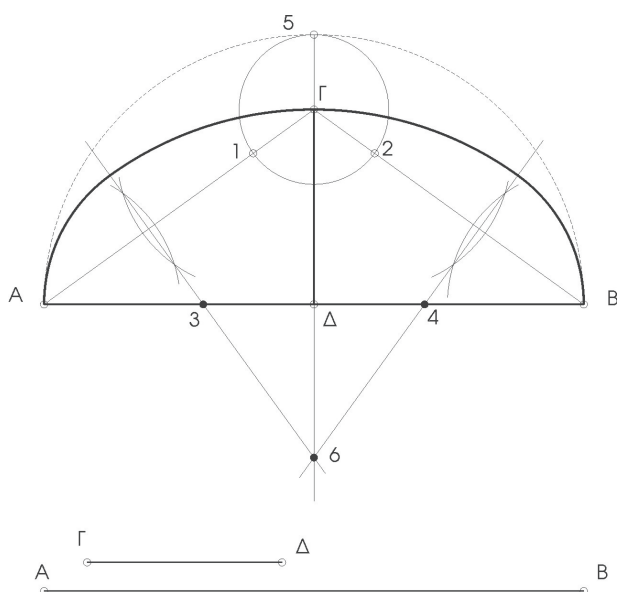
Για να εγγράψουμε κανονικό δεκάγωνο σε κύκλο (O, r) , φέρνουμε δύο κάθετες μεταξύ τους διαμέτρους ΑΒ και ΓΔ (σχ. 18). Βρίσκουμε το μέσο Μ μιας απ' όλες τις ακτίνες, έστω της ΟΑ και δημιουργούμε το τρίγωνο ΟΜΓ. Με κέντρο Μ και ακτίνα ΜΟ χαράσσουμε τόξο κύκλου, που τέμνει την υποτείνουσα του τριγώνου στο σημείο Κ. Το διάστημα ΓΚ είναι ίσο με την πλευρά του δεκαγώνου. Με κέντρο Γ και ακτίνα ΓΚ χαράσσουμε τόξο κύκλου, που τέμνει τον αρχικό κύκλο (O, r) στα σημεία Ε και Ζ. Μεταφέρουμε το μήκος της χορδής ΓΕ στην περιφέρεια του κύκλου.



σχ. 18

18. Πεπλατυσμένο πολυκεντρικό τόξο

Σχεδιάζουμε τόξο κύκλου με κέντρο Δ και ακτίνα ΔΑ (σχ. 19), μέχρι να τμήσει την προέκταση του βέλους ΓΔ (σημείο 5). Με κέντρο το Γ σχεδιάζουμε περιφέρεια με ακτίνα Γ5. Ενώνουμε τα σημεία Α και Β με το Γ και ορίζουμε τα σημεία 1 και 2. Σχεδιάζουμε τις μεσοκαθέτους των Α1 και Β2. Η τομή των μεσοκαθέτων με τη χορδή ΑΒ, δίνει τα σημεία 3 και 4 και με την προέκταση του βέλους ΓΔ, το σημείο 6. Ορίζονται τα κέντρα των τόξων των κύκλων με ακτίνες 6Γ, 3Α και 4Β που συνθέτουν το ζητούμενο τόξο.



σχ. 19

19. Ασύμμετρο τόξο δεδομένων των σημείων γένεσής του

Ενώνουμε τα σημεία γένεσης του τόξου Α και Β

(σχ. 20), που προφανώς βρίσκονται σε διαφορετικό ύψος και προσδιορίζουμε το μέσο τους (σημείο 1). Από το σημείο αυτό φέρνουμε την κατακόρυφη και στη συνέχεια σχεδιάζουμε κύκλο ακτίνας 1Α, που τέμνει την κατακόρυφο στο σημείο 2. Από το σημείο 2 σχεδιάζουμε την κάθετη στην ΑΒ (ευθεία 23) που τέμνει τις οριζόντιες από τα Α και Β στα σημεία 3 και 4. Τα σημεία αυτά αποτελούν τα κέντρα χάραξης των ζητούμενων τόξων.

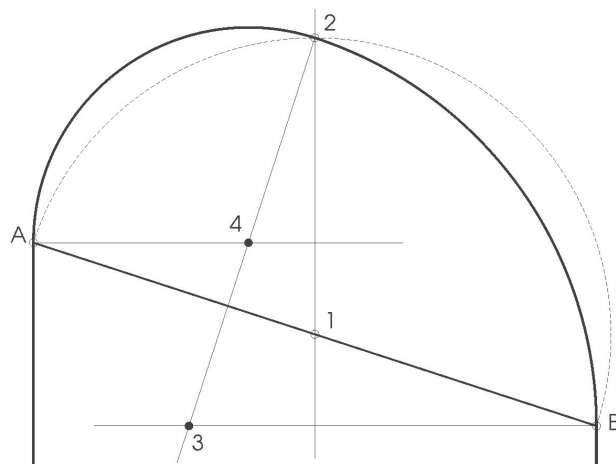
20. Γεωμετρική κατασκευή έλλειψης

Η κατασκευή της καμπύλης της έλλειψης απαιτεί να γνωρίζουμε τον μεγάλο της άξονα ΑΒ και τον μικρό της άξονα ΓΔ. Οι άξονες ΑΒ και ΓΔ αλληλοδιχοτομούνται κάθετα στο κέντρο Ο της έλλειψης.

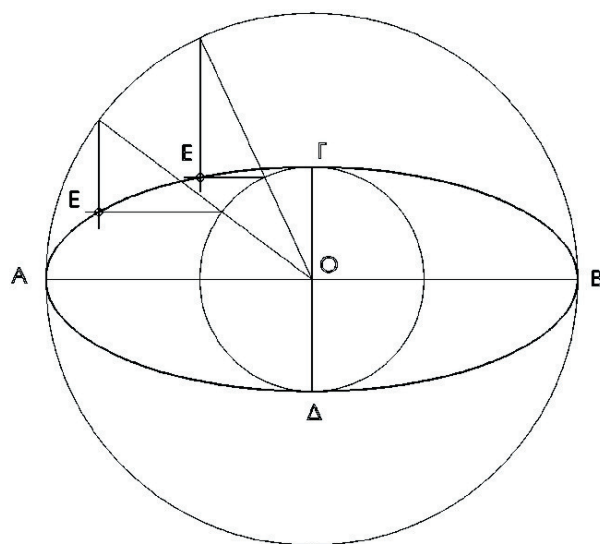
Με κέντρο το σημείο Ο γράφουμε δύο κύκλους, τον ένα με διάμετρο ίση με τον μικρό άξονα και τον δεύτερο με διάμετρο ίση με τον μεγάλο άξονα της έλλειψης (σχ. 21). Από το σημείο Ο γράφουμε τυχαία ακτίνα προς τον μεγάλο κύκλο. Από το σημείο που η ακτίνα τέμνει τον μεγάλο κύκλο γράφουμε ημιευθεία παράλληλη προς τον μικρό άξονα και από το σημείο που η ακτίνα τέμνει τον μικρό κύκλο, γράφουμε ημιευθεία παράλληλη προς τον μεγάλο άξονα. Το σημείο τομής Ε των ημιευθειών αυτών είναι σημείο της καμπύλης της έλλειψης. Επαναλαμβάνοντας την παραπάνω εργασία, μπορούμε να βρούμε περισσότερα σημεία της καμπύλης και να κατασκευάσουμε την έλλειψη ενώνοντάς τα.

21. Εφαπτομένη έλλειψης από σημείο του μεγάλου άξονά της

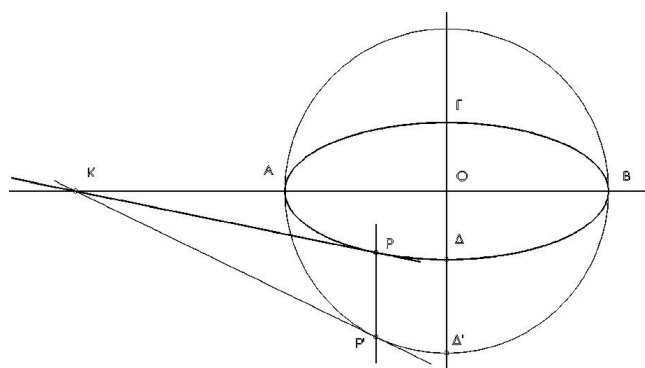
Για την κατασκευή αυτή χρειάζεται να κατασκευάσουμε τον κύκλο που έχει κέντρο το κέντρο της έλλειψης και διάμετρο ίση με τον μεγάλο άξονά της (σχ. 22). Από το σημείο Κ του μεγάλου άξονα της έλλειψης, το οποίο βρίσκεται έξω από την περιφέρειά της, κατασκευάζουμε την εφαπτομένη στον κύκλο (Ο,ΟΑ) και ορίζουμε το σημείο επαφής Ρ'. Από το σημείο Ρ' γράφουμε ημιευθεία παράλληλη προς τον μικρό άξονα της έλλειψης. Το σημείο Ρ που προκύπτει από την τομή της ημιευθείας αυτής με την καμπύλη της έλλειψης,



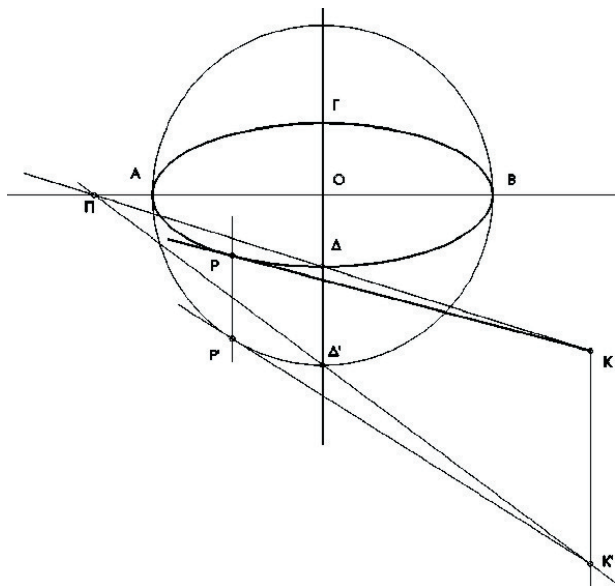
σχ. 20



σχ. 21



σχ. 22



είναι το σημείο επαφής της έλλειψης και της εφαπτομένης της από το σημείο K.

22. Εφαπτόμενη έλλειψης από τυχαίο σημείο εκτός της περιφέρειάς της

Κατασκευάζουμε τον κύκλο που έχει κέντρο το κέντρο της έλλειψης και διάμετρο ίση με τον μεγάλο άξονά της, γράφουμε την ευθεία ΚΔ και την προεκτείνουμε μέχρι να τμήσει την προέκταση του μεγάλου άξονα της έλλειψης, στο σημείο Π (σχ. 23). Γράφουμε την ευθεία ΠΔ' και την προεκτείνουμε μέχρι να τμήσει την ευθεία που περνά από το Κ και είναι παράλληλη στον μικρό άξονα της έλλειψης, στο σημείο Κ'. Από το σημείο Κ' κατασκευάζουμε την εφαπτομένη του κύκλου με κέντρο Ο και ακτίνα ΟΑ, που ονομάζεται ομόλογος κύκλος της έλλειψης. Ορίζουμε το σημείο επαφής Ρ' και γράφουμε από το Ρ' ευθεία επίσης παράλληλη στον μικρό άξονα της έλλειψης. Το σημείο Ρ είναι η τομή της ευθείας με την καμπύλη της έλλειψης και είναι το ζητούμενο σημείο επαφής της έλλειψης και της εφαπτομένης της από το σημείο Κ.

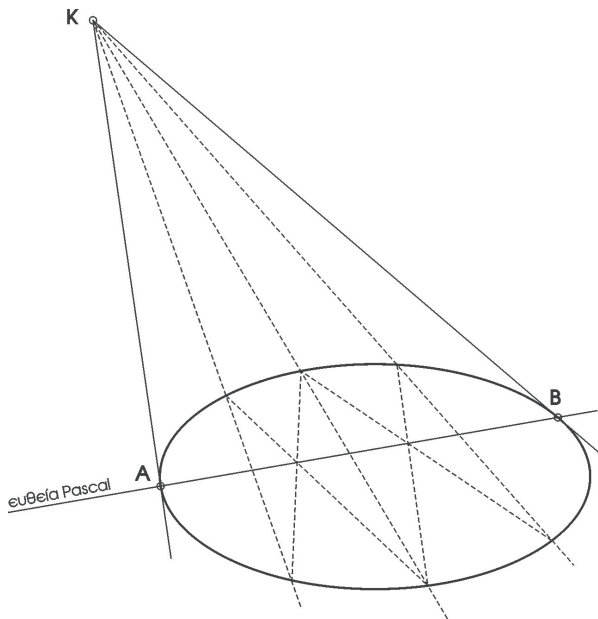
23. Εφαπτομένη έλλειψης μέσω της ευθείας Pascal

Από το σημείο Κ φέρνουμε τρεις τυχαίες ευθείες, οι οποίες τέμνουν την έλλειψη σε 6 σημεία (σχ. 24). Φέρνουμε τις διαγωνίους των πρώτων με τα δεύτερα διαδοχικά σημεία. Οι τομές των διαγωνίων ορίζουν μια ευθεία, την ευθεία Pascal, η οποία τέμνει την έλλειψη στα σημεία Α και Β. Από τα σημεία Α και Β διέρχονται οι εφαπτόμενες της έλλειψης από το σημείο Κ.

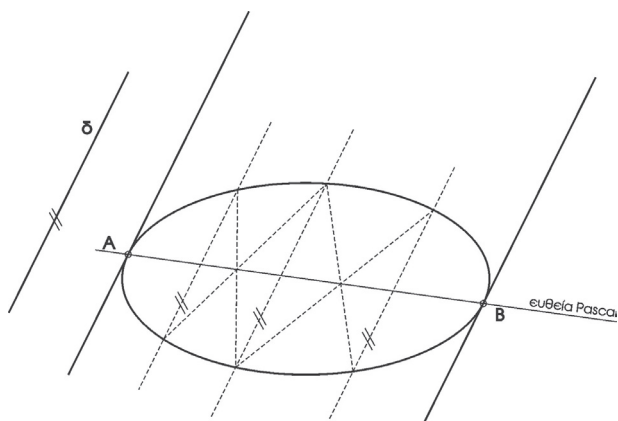
24. Εφαπτομένη έλλειψης παράλληλη σε γνωστή διεύθυνση

Γνωρίζουμε τη διεύθυνση δ των εφαπτομένων της έλλειψης και ζητούμε τα σημεία επαφής. Φέρνουμε τυχαίες ευθείες παράλληλες προς τη διεύθυνση δ (σχ. 25), ώστε να τέμνουν την έλλειψη σε 6 σημεία και κατασκευάζουμε την ευθεία Pascal, όπως στο προηγούμενο παράδειγμα. Τα σημεία Α και Β είναι τα ζητούμενα σημεία.

σχ. 23



σχ. 24

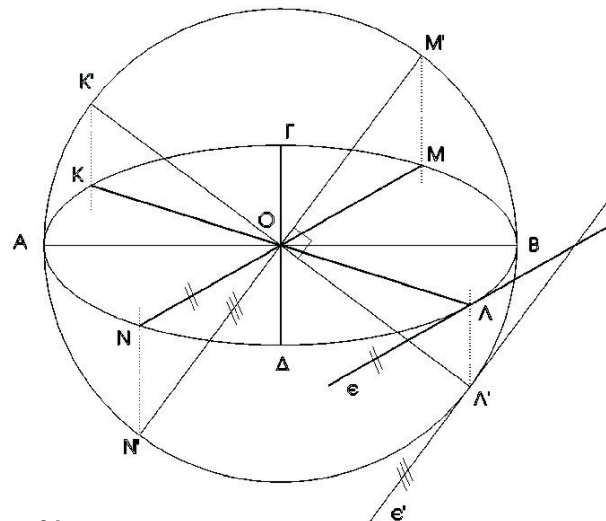


σχ. 25

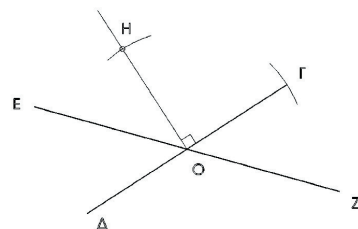
25. Συζυγείς διάμετροι έλλειψης

Η έλλειψη και ο κύκλος παρουσιάζουν αλληλοσυσχετισμό των ιδιοτήτων τους, που ονομάζεται ομολογία. Στην περίπτωση του κύκλου και της έλλειψης η αντιστοιχία των ιδιοτήτων είναι αμφιμονοσύμαντη. Ένα παράδειγμα αυτού του συσχετισμού φαίνεται στο σχήμα 26: το ζευγάρι των κάθετων διαμέτρων $K'\Lambda'$ και $M'N'$ του ομόλογου κύκλου της έλλειψης δημιουργεί το ζευγάρι των διαμέτρων $K\Lambda$ και MN της έλλειψης, που ονομάζονται συζυγείς διάμετροι. Η εφαπτομένη ϵ' του ομόλογου κύκλου στο σημείο Λ' είναι παράλληλη με τη διάμετρο $M'N'$, η οποία είναι κάθετη στην $K'\Lambda'$. Όμοια, η εφαπτομένη ϵ της έλλειψης στο σημείο Λ είναι παράλληλη με την διάμετρο MN της έλλειψης, η οποία είναι συζυγής της $K\Lambda$.

Ειδική περίπτωση συζυγών διαμέτρων μιας έλλειψης είναι το ζευγάρι του μεγάλου και μικρού άξονά της, οι οποίες είναι οι μόνες κάθετες μεταξύ τους συζυγείς διάμετροι.



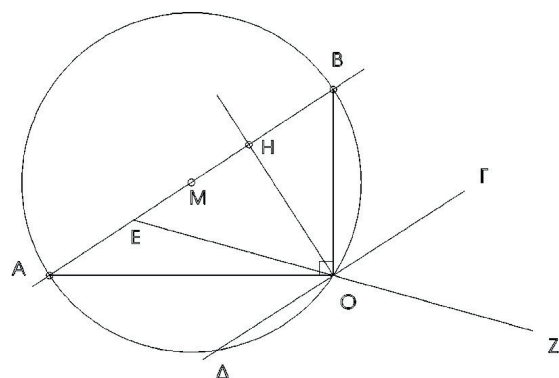
σχ. 26



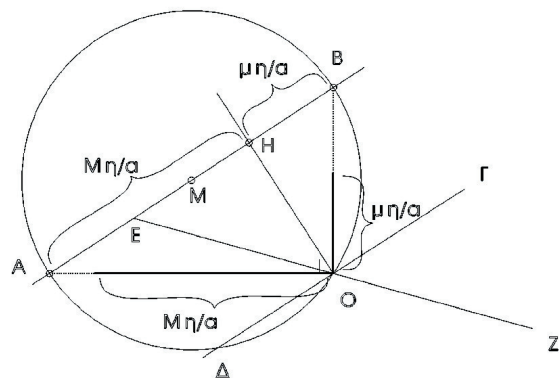
σχ. 27

26. Κατασκευή Rytz

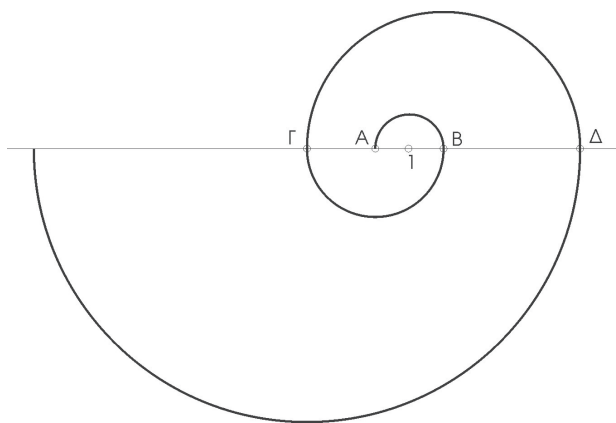
Η γεωμετρική αυτή κατασκευή μάς δίνει τη δυνατότητα να βρούμε και να κατασκευάσουμε τον μεγάλο και μικρό άξονα μιας έλλειψης, όταν γνωρίζουμε μόνο ένα ζεύγος συζυγών διαμέτρων της. Τα ευθύγραμμα τμήματα $\Gamma\Delta$ και EZ του σχήματος 27 γνωρίζουμε ότι είναι συζυγείς διάμετροι μιας έλλειψης και αλληλοδιχοτομούνται στο σημείο O , το οποίο είναι το κέντρο της ζητούμενης έλλειψης. Από το κέντρο O γράφουμε ευθεία κάθετη προς μία από τις δύο συζυγείς, έστω τη $\Gamma\Delta$ και ορίζουμε πάνω της τμήμα $OH = OG$ (σχ. 27). Γράφουμε την ευθεία EH και κατασκευάζουμε το μέσο της M (σχ. 28). Με κέντρο M και ακτίνα MO γράφουμε κύκλο, ο οποίος τέμνει την EH στα σημεία A και B . Οι ευθείες OA και OB είναι ο μεγάλος και μικρός ημιάξονας της έλλειψης. Ο μεγάλος άξονας βρίσκεται μέσα στην οξεία γωνία των συζυγών $\Gamma\Delta$ και EZ και ο μικρός άξονας βρίσκεται μέσα στην αμβλεία γωνία των $\Gamma\Delta$ και EZ . Το μέγεθος του μικρού ημιάξονα της έλλειψης ($μη/α$) είναι ίσο με το τμήμα HB και το μέγεθος του μεγάλου ημιάξονα της έλλειψης ($Μη/α$) είναι ίσο με το τμήμα HA . Μεταφέροντας τα μεγέθη αυτά στις ευθείες OB και OA αντίστοιχα,



σχ. 28



σχ. 29



σχ. 30

κατασκευάζουμε το μεγάλο και μικρό άξονα της έλλειψης και επομένως και την ίδια την καμπύλη της (σχ. 29).

27. Σπείρα μέσω ημικυκλίων

Επί ευθυγράμμου τμήματος ορίζουμε σημείο 1 (σχ. 30). Με κέντρο το 1 και ακτίνα 1A σχεδιάζεται το πρώτο ημικύκλιο και ορίζεται το σημείο B. Με κέντρο το A και ακτίνα AB σχεδιάζεται το δεύτερο ημικύκλιο που ορίζει το σημείο Γ. Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία σχεδιάζουμε τα υπόλοιπα ημικύκλια που ορίζουν τη σπείρα.

28. Σπείρα με τέσσερα κέντρα και σταθερό βήμα

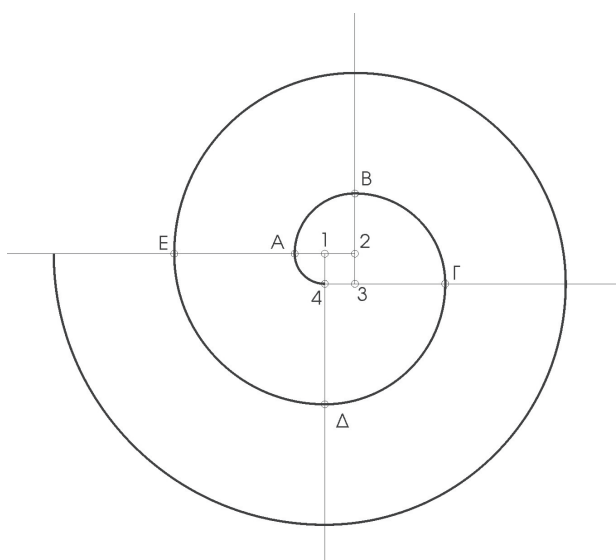
Αρχικά σχεδιάζουμε τετράγωνο 1234, του οποίου η περίμετρος είναι ίση με το βήμα της σπείρας (σχ. 31). Προεκτείνουμε τις πλευρές του τετραγώνου προς τη κατεύθυνση που θέλουμε να αναπτυχθεί η σπείρα (έστω δεξιόστροφα). Με κέντρο το 1 και με ακτίνα 14 σχεδιάζουμε τόξο μέχρι να τμήσει την προέκταση της πλευράς 12 και ορίζουμε το σημείο A. Με κέντρο το 2 και ακτίνα 2A σχεδιάζουμε τόξο μέχρι να τμήσει την προέκταση της πλευράς 23 και ορίζουμε το σημείο B. Με κέντρο το 3 και ακτίνα 3B σχεδιάζουμε τόξο μέχρι να τμήσει την προέκταση της πλευράς 34 και ορίζουμε το σημείο Γ. Με τον ίδιο τρόπο συνεχίζουμε μέχρι να ορίσουμε και τα υπόλοιπα τεταρτοκύκλια της σπείρας.

29. Σπείρα του Αρχιμήδη

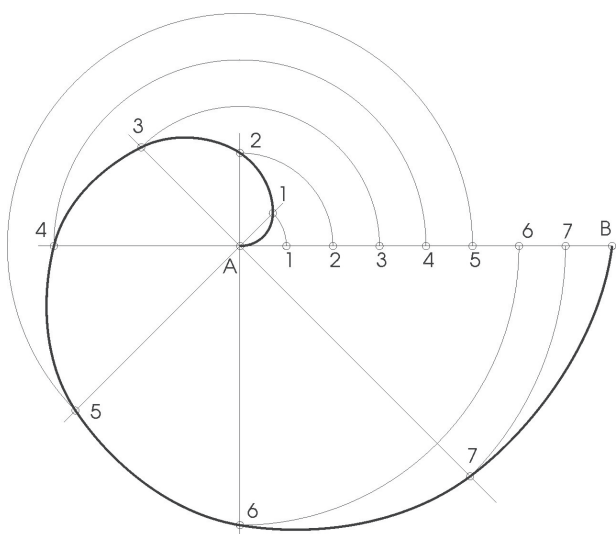
Χωρίζουμε το ευθύγραμμο τμήμα AB σε 8 ίσα μέρη (σχ. 32). Με κέντρο έστω το σημείο A, μεταφέρουμε κυκλικά τα σημεία 1, 2, 3 κλπ διαδοχικά σε ακτίνες, που σχηματίζουν μεταξύ τους γωνίες 45° (όγδοα πλήρους γωνίας κύκλου).

30. Διακοσμητική σπείρα του ιωνικού κιονόκρανου

Το κέντρο της ιωνικής σπείρας (οφθαλμός) είχε συγκεκριμένες αναλογίες με το υπόλοιπο τμήμα του κιονόκρανου και της κολώνας όπως π.χ. σε



σχ. 31



σχ. 32

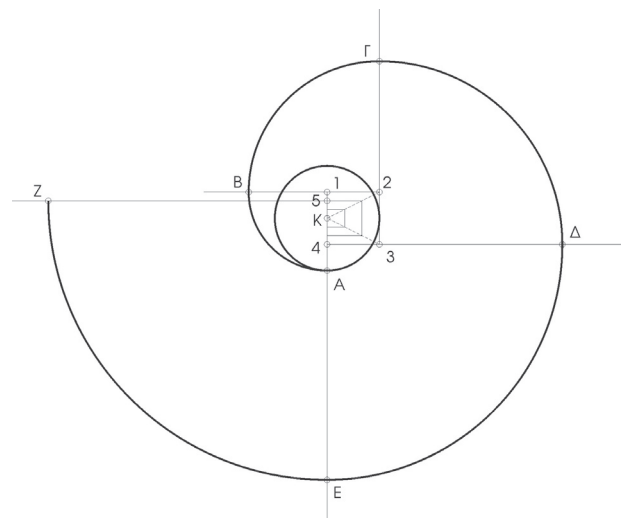
ορισμένες περιπτώσεις, η ακτίνα του ισούται με το 1/18 του εμβαύτη (μέτρου) της κολώνας. Η χάραξη τους διαφέρει από μνημείο σε μνημείο χωρίς να έχει οριστικοποιηθεί η μέθοδος. Μια μορφή έλικας «ιδεατού» κιονοκράνου μπορεί να χαραχθεί με τμήματα κύκλου που γράφονται με δώδεκα κέντρα στις γωνίες τριών ομολόγων τετραγώνων με την μια πλευρά στην κάθετο διάμετρο του οφθαλμού (που γράφεται πρώτος), εκ των οποίων το μεγαλύτερο έχει πλευρά ίση με την ακτίνα του οφθαλμού της σπείρας και έχουν κέντρο ομολογίας το κέντρο του οφθαλμού (σχ. 33,34). Η μέθοδος αυτή είχε προταθεί αρχικά από τον Βιτρούβιο (βιβλίο III, κεφ. 2), όχι όμως με απόλυτη ακρίβεια, με αποτέλεσμα το λατινικό κείμενο να προσφέρεται για διαφορετικές ερμηνείες. Πολλοί άλλοι τρόποι χάραξης της σπείρας είναι γνωστοί, σύμφωνα με προτάσεις του Αρχιμήδη καθώς και νεώτερων αρχιτεκτόνων. Ο B. Fletcher προτείνει τη χάραξη της σπείρας με την εκτύλιξη νήματος από κογχύλι (σχ. 35). Ο Penrose επίσης την εκτύλιξη νήματος από απλό κύλινδρο διαμέτρου ίσης με τη διάμετρο του οφθαλμού.

31. Μέθοδος του Vitruvius κατά Goldman

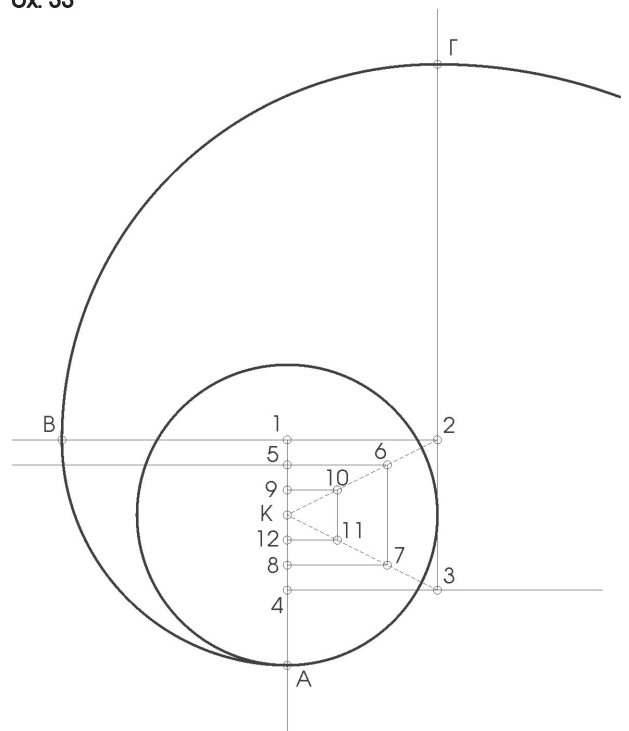
Στο εσωτερικό του οφθαλμού της σπείρας εγγράφεται τετράγωνο 1234 του οποίου οι κορυφές βρίσκονται στις κατακόρυφες ευθείες που διέρχονται από το κέντρο του κύκλου του οφθαλμού. Χωρίζουμε την πλευρά 14 σε 6 ίσα μέρη και φέρνουμε τις K2 και K3. Σχεδιάζουμε τα μικρότερα τετράγωνα. Προεκτείνουμε τις πλευρές των τετραγώνων σύμφωνα με τα προηγούμενα και από τις κορυφές αυτές σχεδιάζουμε τόξα κύκλου που αποτελούν την εξωτερική πλευρά της σπείρας (βλ. σχ. 34).

Το παιχνίδι της γεωμετρίας

Ο Leonardo da Vinci συχνά σχεδίαζε γεωμετρικές χαράξεις πολλές φορές σαν παιχνίδι ενδιαφέρον κι ευχάριστο. Τα αποτελέσματα αυτών των χαράξεων αποτέλεσαν ένα χειρόγραφο με τίτλο «De Ludo geometrico» όπου -δια μέσου αφηρημένων γεωμετρικών κατασκευών- σκοπό είχε να διερευνήσει τους νόμους της φύσης. Στα σχέδιά του εγγράφει στους κύκλους τετράγωνα



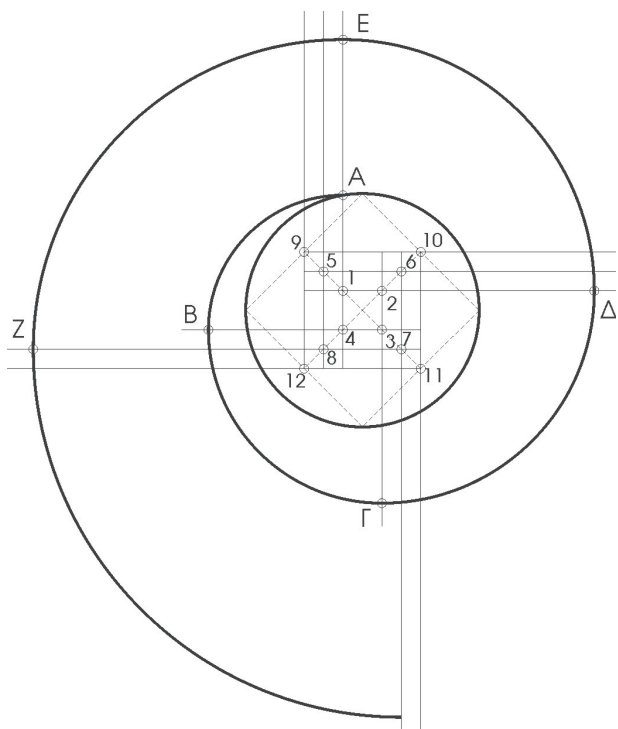
σχ. 33



σχ. 34 Λεπτομέρεια του οφθαλμού



σχ. 35



και εξάγωνα, χαράσσοντας τόξα, που ενωμένα ανά δύο δίνουν τις γεωμετρικές μορφές των πετάλων των φύλλων κ.α. Σκοπός του ήταν -διαμέσου των γεωμετρικών μορφών της επίπεδομετρίας- ν' ανακαλύψει τα μυστήρια των αναλογιών, της συμμετρίας και της αρμονίας, σε σχέση με τη φύση (σχ. 36).

σχ. 33