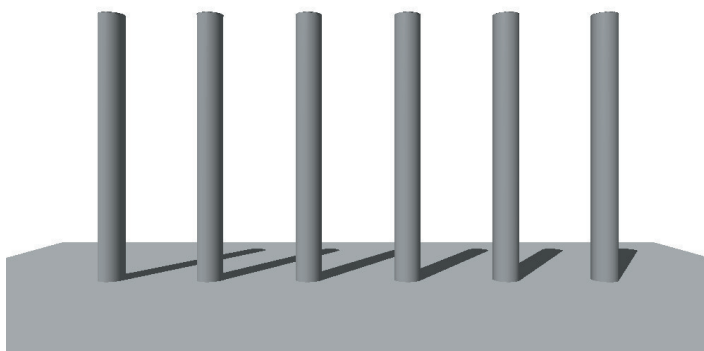
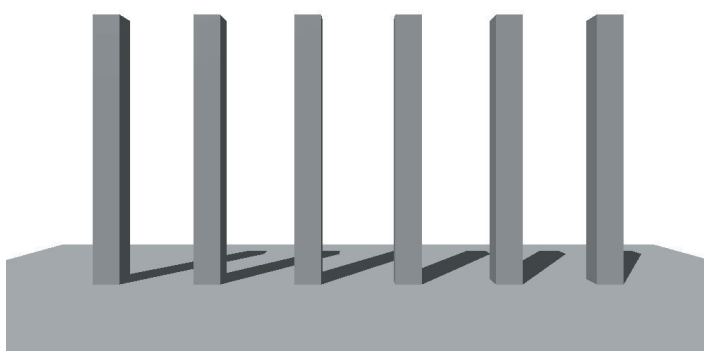


## **ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΗ ΠΡΟΟΠΤΙΚΗ**

Στη γραμμική προοπτική έχουμε κάνει μερικές παραδοχές, με κυριότερη αυτή κατά την οποία η προβολή της προοπτικής εικόνας ενός αντικειμένου γίνεται σε κατακόρυφο *επίπεδο*, μπροστά από τον παρατηρητή. Αυτό το σύστημα απεικόνισης αποδίδει την οπτική εμπειρία μόνο για πολύ περιορισμένη και μικρή γωνία του οπτικού κώνου. Πέραν αυτής της κεντρικής γωνίας και όσο πλησιάζουμε στα άκρα του οπτικού πεδίου, οι προοπτικές εικόνες εμφανίζουν έντονες και χαρακτηριστικές παραμορφώσεις. Υπάρχουν επίσης μερικές περιπτώσεις, που η παραμόρφωση της εικόνας σε σύγκριση με τη φυσική όραση είναι έντονη και εμφανής, ακόμη και στην κεντρική μικρή γωνία του οπτικού κώνου. Στο παράδειγμα της εικόνας 34 παρατηρούμε ότι οι ακραίοι κύλινδροι φαίνονται παχύτεροι από τους μεσαίους, παρόλο που βρίσκονται σε μεγαλύτερη



εικ. 34



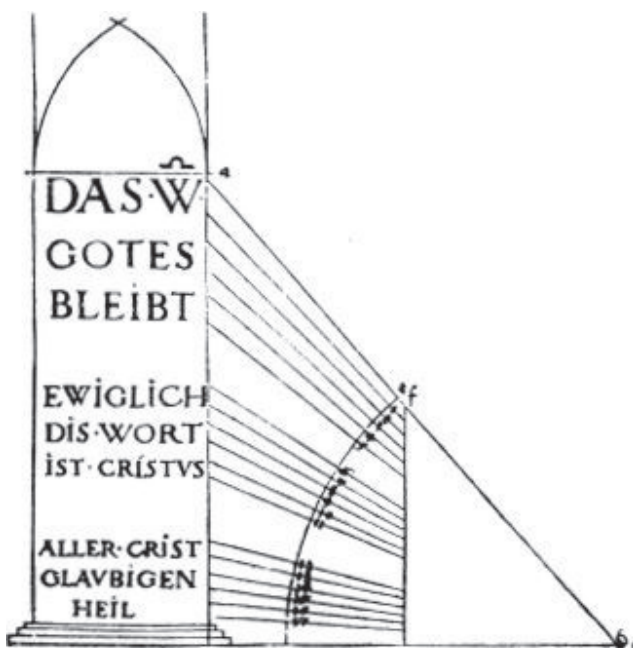
εικ. 35

απόσταση από τον παρατηρητή και θα έπρεπε επομένως να φαίνονται μικρότεροι (λεπτότεροι). Αν αντικαταστήσουμε τους κυλίνδρους με πρίσματα, η παραμόρφωση είναι ακόμη εντονότερη (εικ. 35). Οι παραμορφώσεις αυτού του είδους των εικόνων του προοπτικού συστήματος σε κατακόρυφο επίπεδο, ονομάζονται **προοπτικά παράδοξα**.

## **Ιστορικά**

Οι καλλιτέχνες της Αναγέννησης ήταν εκείνοι που προβληματίστηκαν πάνω στα προοπτικά παράδοξα, κυρίως από την επιθυμία τους για όσο το δυνατό πιο πιστή απεικόνιση της πραγματικότητας της φυσικής όρασης. Βασιζόμενοι στην οπτική του Ευκλείδη και ειδικά στην πρόταση 10 των «Οπτικών» του<sup>3</sup>, πρότειναν την αντικατάσταση του κατακόρυφου επιπέδου του πίνακα της κλασικής προοπτικής, με καμπύλη επιφάνεια κυλίνδρου ή ακόμη καλύτερα σφαίρας (εικ. 36). Η απεικόνιση που προκύπτει από την προβολή του αντικειμένου σε καμπύλη επιφάνεια, που κατόπιν αναπτύσσεται σε επίπεδο, ονομάστηκε **καμπυλόγραμμη προοπτική**.

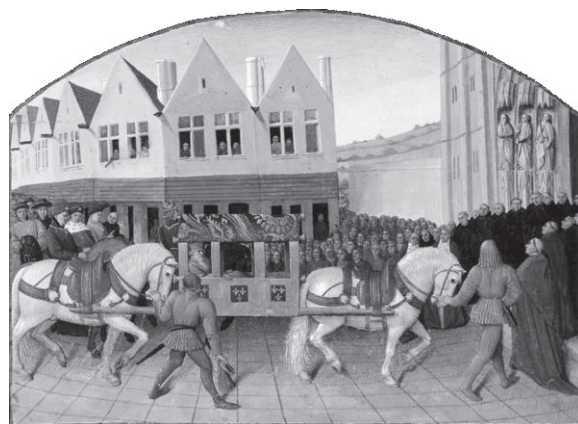
Ένας από τους πρώτους καλλιτέχνες που χρησιμοποίησαν καμπυλόγραμμη



εικ. 36 Albrecht Dürer, σκίτσο, 1525

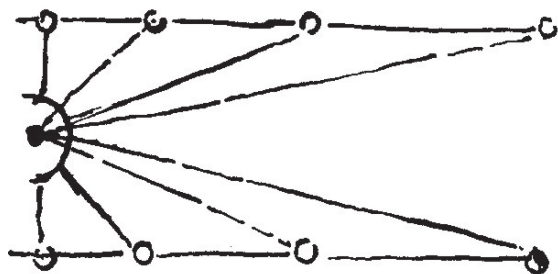
3. «... Επίσης είναι φανερό ότι αυτά που βρίσκονται ψηλά θα φαίνονται κοίλα»

προοπτική στα έργα τους ήταν ο Γάλλος Jean Fouquet (1420-1481). Στο έργο του (μινιατούρα) «Η άφιξη του Καρόλου IV στη βιβλιοθήκη του Saint-Denis» (1460) (εικ. 37) φαίνεται καθαρά η προσπάθειά του ν' αποδώσει ευρεία οπτική γωνία του δρόμου και της πομπής, μέσω της καμπυλότητας των κτιρίων και του οδοστρώματος. Παρόλα αυτά, δε φαίνεται να χρησιμοποίησε κάποιο οργανωμένο γεωμετρικό σύστημα.



εικ. 37 J. Fouquet, Η άφιξη του Καρόλου IV στη βιβλιοθήκη του Saint-Denis, 1460

Λίγο αργότερα, στα 1505, ο Leonardo da Vinci (1452-1519) συνειδητοποιεί το φαινόμενο των προοπτικών παραδόξων και αναφέρει: «...εάν το μάτι τοποθετηθεί στο μέσον της κούρσας δυο αλόγων που καλπάζουν κατά μήκος παράλληλων γραμμών, θα φανεί ότι αυτά τα άλογα μετακινούνται το ένα προς το άλλο...» (χειρόγραφο Κ, φύλλο 120(40)r) (εικ. 38) και συνεχίζει: «...και εάν ένα πουλί πετάει κατά μήκος μιας ευθείας γραμμής,

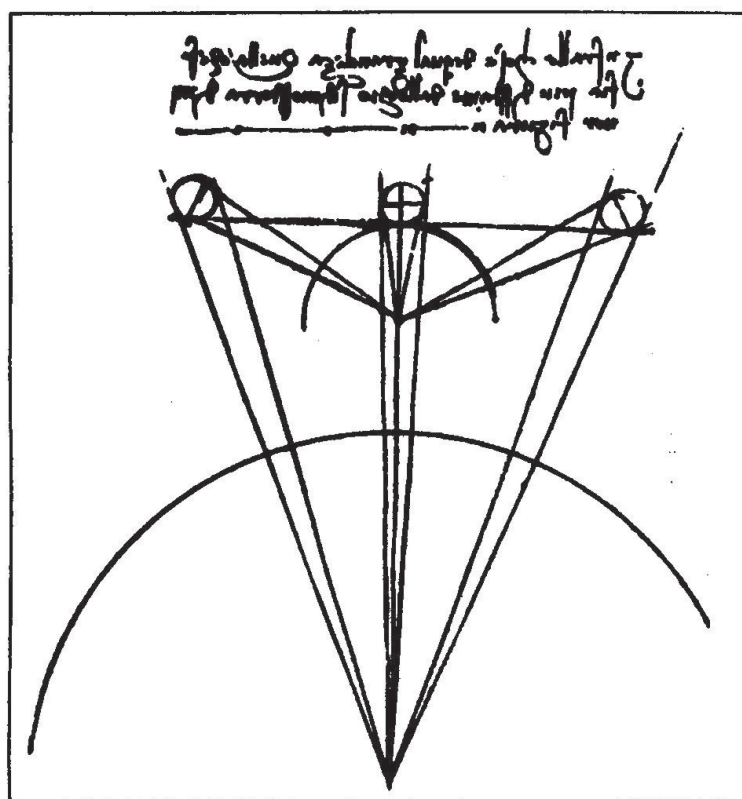


εικ. 38



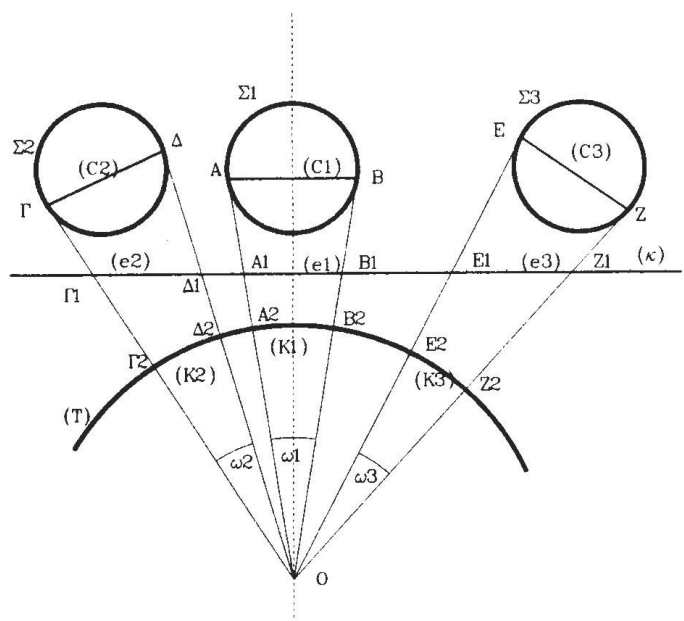
εικ. 39

πέρα μακριά από το μάτι του παρατηρητή θα φανεί ότι για κάθε βαθμό κίνησης θα αποκτά ένα βαθμό υποβάθμισης...» (χειρόγραφο Κ, φύλλο 121(40)r) (εικ. 39). Ο L. da Vinci μελέτησε αρκετά το θέμα της προβολής προοπτικής εικόνας σε καμπύλο πίνακα και στο χειρόγραφο E 16r-v (1513-1514) αναφέρει τις διαφορές στο μέγεθος των τριών κόνων ανάλογα με τη θέση του παρατηρητή (εικ. 40) και συγκρίνει τους δύο πίνακες (επίπεδο και καμπύλο). Αναλύοντας τις παρατηρήσεις του L. da Vinci (σχ. 41), φέρνουμε τις οπτικές ακτίνες προς τους τρεις κόνες και ορίζουμε τα ίχνη που αυτές σχηματίζουν με επίπεδο πίνακα. Οι οπτικές



εικ. 40

ακτίνες είναι ευθείες εφαπτόμενες στους κύκλους των βάσεων των κίωνων από το σημείο οράσεως. Στον επίπεδοπίνακα οι ακτίνες αποκόπτουν μεγέθη που δημιουργούν προοπτικό παράδοξο, επειδή ο κίονας που βρίσκεται μακρύτερα από τον παρατηρητή αποκόπτει ευθύγραμμο τμήμα μεγαλύτερο από εκείνον που βρίσκεται σε κοντινότερη απόσταση από τον παρατηρητή. Όσο πιο κοντά στους κίονες βρίσκεται το σημείο οράσεως, τόσο πιο έντονο γίνεται το παράδοξο. Εάν όμως χρησιμοποιηθεί καμπύλος πίνακας (τμήμα κυλίνδρου ή σφαίρας) η παραμόρφωση μεγέθους της κιονοστοιχίας εξαλείφεται. Η σαφής διαφορά που δημιουργείται στην απεικόνιση σε καμπύλο πίνακα,



σχ. 41

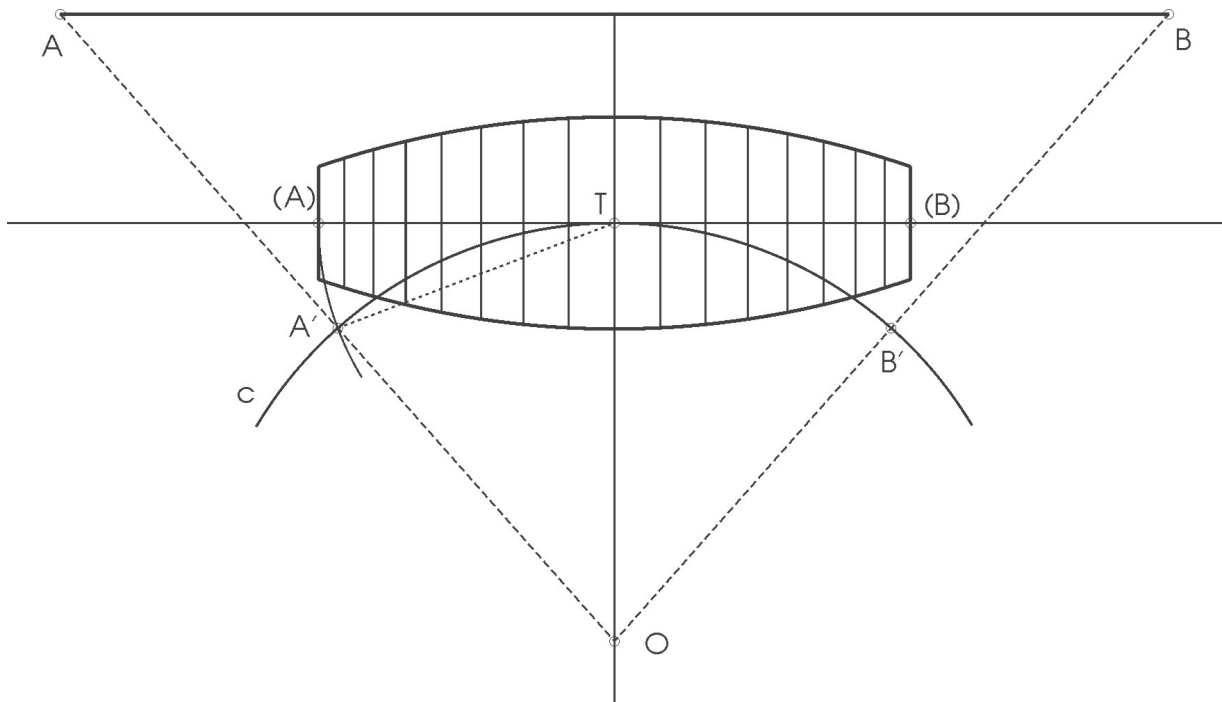
σε σχέση με την απεικόνιση σε επίπεδο πίνακα, είναι όταν η προβολή του αντικειμένου του καμπύλου πίνακα αναπτυχθεί σε επίπεδη επιφάνεια: οι γραμμές που ενώνουν τις βάσεις των κίωνων μεταξύ τους μετασχηματίζονται σε καμπύλες. Ο L. da Vinci αναφέρεται στο φαινόμενο σημειώνοντας: «...ένας μακρύς ορθογώνιος τοίχος αποτελούμενος από τέσσερις πλευρές και τέσσερις γωνίες θα φανεί στο μάτι με τις ανώτερες και κατώτερες πλευρές ευθείες ή καμπυλόγραμμες» (χειρόγραφο E, φύλλο 4r). Παρ' όλες τις παρατηρήσεις και τις μελέτες του στην καμπυλόγραμμη προοπτική, ο L. da Vinci δε χρησιμοποίησε ποτέ στα έργα του αυτή τη μέθοδο.

Μέχρι τις αρχές του 17<sup>ου</sup> αιώνα η καμπυλόγραμμη προοπτική δεν απασχολεί περισσότερο καλλιτέχνες και θεωρητικούς, εκτός από μερικούς μελετητές που έκαναν μεμονωμένες και αποσπασματικές παρατηρήσεις (εικ. 42).

Ο Baldassarre Lanci κατασκεύασε στα 1557 ένα όργανο (εικ. 44), που χρησιμοποιήθηκε κυρίως ως τοπογραφικό και για τη μέτρηση του ύψους κτιρίων. Με το όργανο αυτό μπορούσαν να οριστούν



εικ. 42 Carel Fabritius, *A view of Delft*, 1652



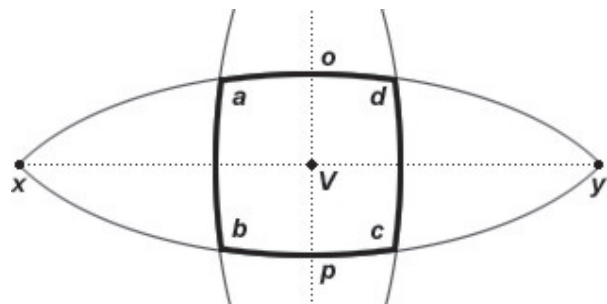
**σχ. 43** Ανάλυση της μεθόδου καμπυλόγραμμης προοπτικής του Lanci με ανάπτυγμα σε επίπεδο πίνακα

σημεία στο χώρο σε μεγάλες αποστάσεις, αν στοχευθούν (χρήση οπτικής ακτίνας) από το όργανο σε δύο διαφορετικές θέσεις, Δημιουργούνται έτσι τρίγωνα με *μια πλευρά γνωστή* (η απόσταση δυο διαδοχικών θέσεων του οργάνου) και τις *δυο προσκείμενες σ' αυτή γωνίες* (σχ. 43). Το τοπογραφικό όργανο του Lanci χρησιμοποιήθηκε για στρατιωτικούς σκοπούς και στην αναπαράσταση κάστρων από προοπτικές εικόνες (ανακατασκευή από προοπτικό). Το ενδιαφέρον εδώ είναι ότι για τη δημιουργία της αρχικής προοπτικής εικόνας χρησιμοποιούνταν κυλινδρική επιφάνεια προβολής, που τοποθετούνταν σταθερά στο όργανο.



**εικ. 44**

Ο μαθηματικός William Schickhard το 1624 γράφει: «...λέω ότι όλες οι γραμμές, ακόμη και οι πιο ευθείες, οι οποίες δε βρίσκονται ακριβώς μπροστά από το μάτι ή εκτείνονται κατά μήκος του άξονά του, υποχρεωτικά φαίνονται να καμπυλώνουν κάπως». Σ' ένα τετράγωνο  $abcd$  (σχ. 45) «οι πλευρές γίνονται στενότερες και υποχρεωτικά καμπύλες. Όχι όπως μια στέγη, για να είμαι ακριβής, ώστε να δημιουργηθεί γωνία στα σημεία  $o$  και  $p$ , αλλά μάλλον πιο ευγενικά και ομαλά, στην πραγματικότητα χωρίς καν να το καταλαβαίνουμε, κάτι σαν κοιλίτσα, όπως απαιτείται για ένα τέτοιο τόξο».



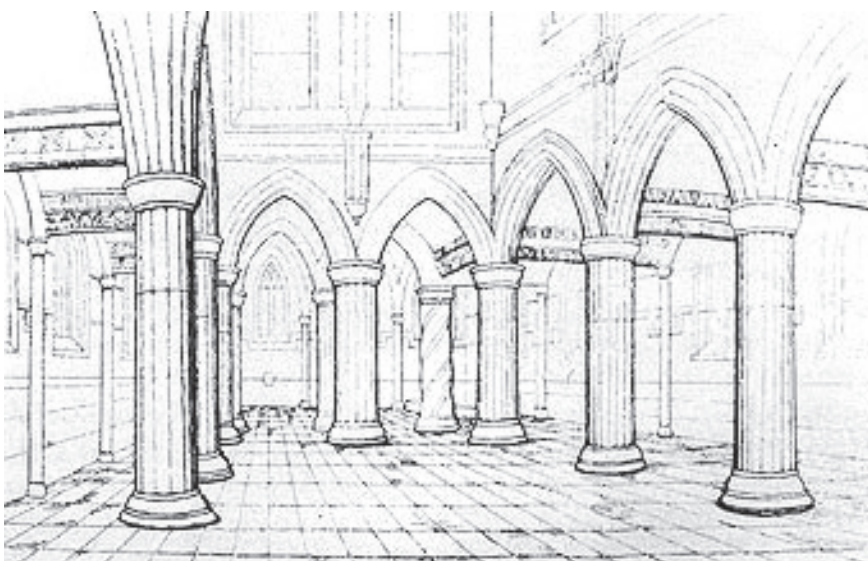
**σχ. 45**



εικ. 46

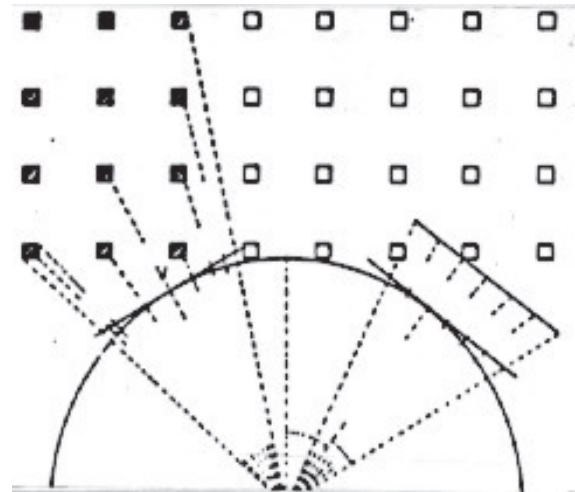


εικ. 47 J. M. W. Turner, *Petworth park*, 1828

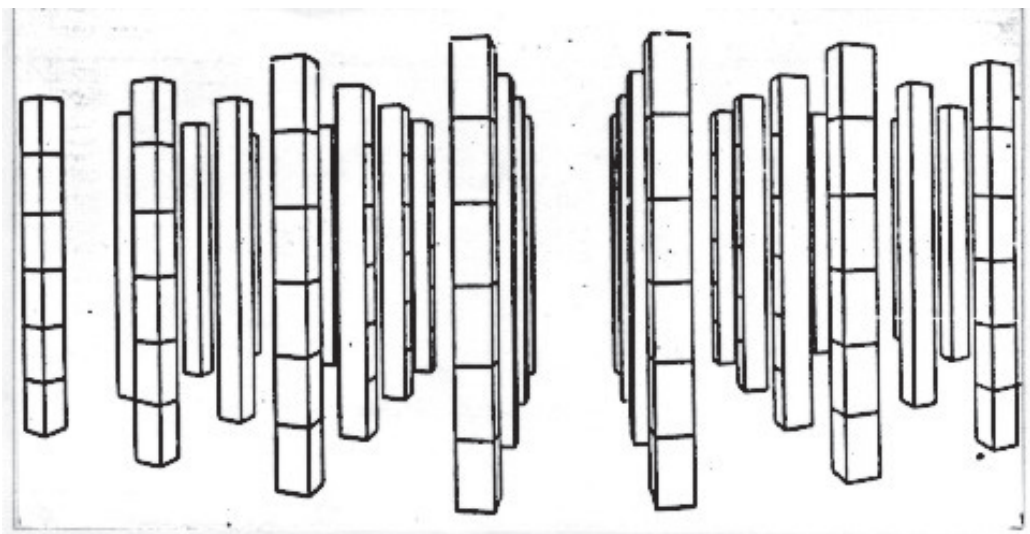


εικ. 48 William Herdman, *Interior of Rosslyn Chapel*, 1850

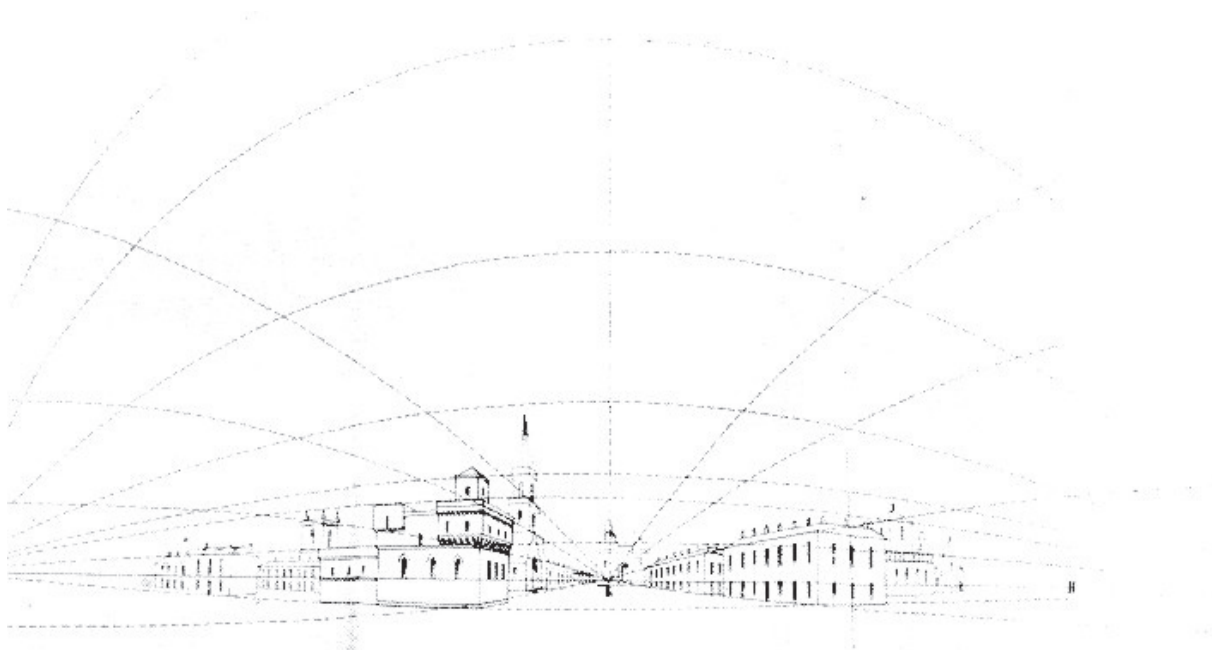
Πριν το τέλος του 1800 ο καθηγητής προοπτικής Thomas Malton διατυπώνει την άποψη ότι «η προοπτική είναι η επίπεδη τομή του οπτικού κώνου ή της οπτικής πυραμίδας, ενώ η οπτική εντύπωση είναι η τομή των οπτικών στερεών με μια σφαιρική επιφάνεια». Ο Malton ασχολήθηκε αρκετά με τη δημιουργία και εξέταση των κανόνων του καμπυλόγραμμου συστήματος προοπτικής απεικόνισης, αμφισβήτησε όμως το αποτέλεσμα του, μετά την ανάπτυξη της απεικόνισης στο επίπεδο, θεωρώντας ότι το σύστημα αυτό τελικά απέχει από τη φυσική όραση (εικ. 46-48).



σχ. 49



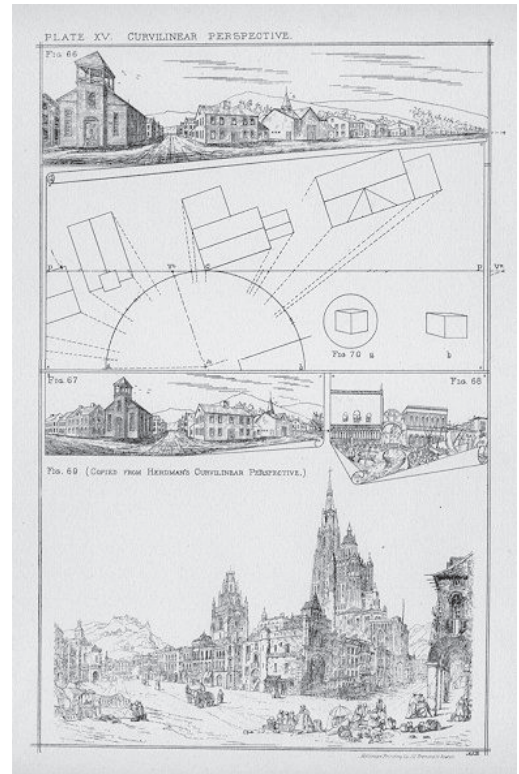
σχ. (49) 50 Μέθοδος ανάπτυξης της καμπυλόγραμμης προοπτικής από τον καθηγητή παραστατικής γεωμετρίας του πανεπιστημίου του Βερολίνου Guido Hauck



σχ. 51 Καμπυλόγραμμη προοπτική απεικόνιση, βάσει της μεθόδου του Herdman

Στα μέσα του 19<sup>ου</sup> αιώνα ο Άγγλος καλλιτέχνης και ερασιτέχνης αστρονόμος William Herdman έκανε μελέτες στην καμπυλόγραμμη προοπτική και εξέδωσε τις απόψεις του στη μελέτη «A curvilinear perspective of nature» (Λονδίνο & Λίβερπουλ, 1853). Οι απόψεις του αμφισβητήθηκαν, διότι -ενώ χρησιμοποίησε καμπύλες γραμμές για την απόδοση των οριζοντίων ευθειών του χώρου και μάλιστα με μέθοδο ήπια και καθόλου ενοχλητική- δεν έκανε το ίδιο με τις κατακόρυφες ευθείες του χώρου, που της διατήρησε ευθύγραμμες και κατακόρυφες στο επίπεδο του εδάφους (εικ. 48, σχ. 51).

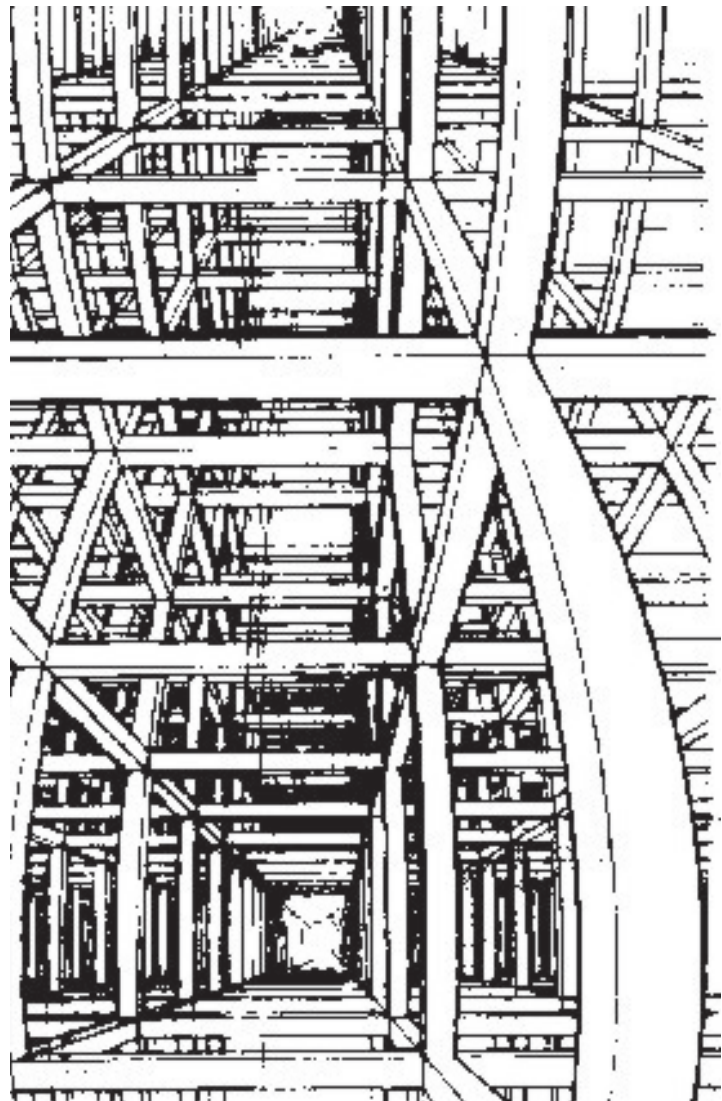
Στα μέσα του 20<sup>ου</sup> αιώνα ο M. C. Escher «ανακαλύπτει» εκ νέου την καμπυλόγραμμη προοπτική (εικ. 53), παρατηρώντας τα τηλεγραφικά καλώδια. Κατά τον Escher, αν ο παρατηρητής ξαπλώσει ανάμεσα σε δύο στύλους και παρατηρήσει τις παράλληλες γραμμές



εικ. 52 Η μέθοδος Adhémar's 1883



εικ. 53 M. C. Escher, *En haut et en bas*, 1947

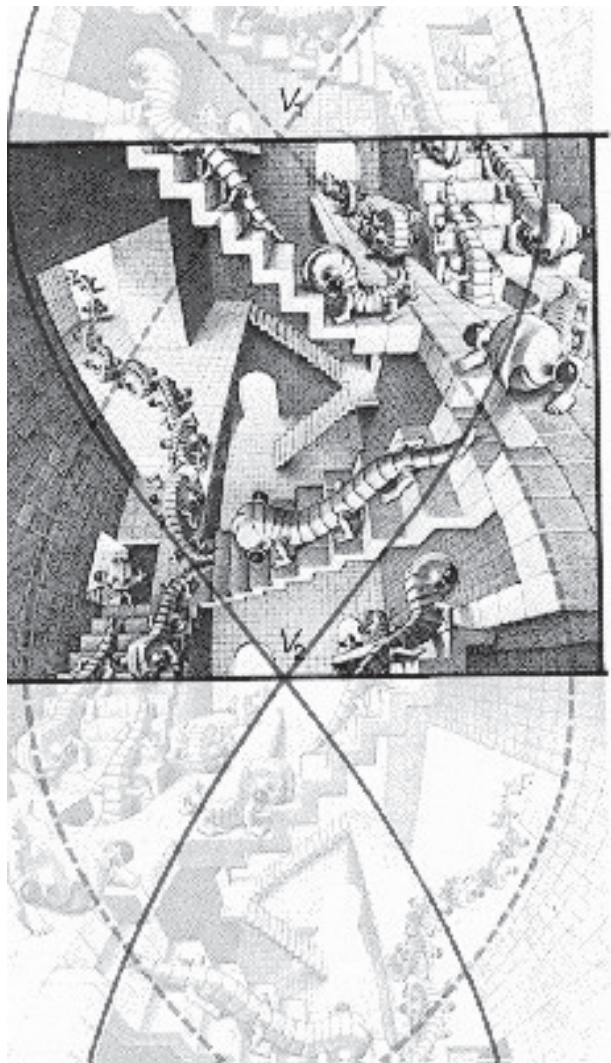


εικ. 54 Ο καμπυλόγραμμος χωρικός κánaβος του Escher

των τηλεγραφικών καλωδίων, θα τα δει να συγκλίνουν και προς τις δύο κατευθύνσεις, παρατήρηση που δεν αποδίδεται από τη γραμμική προοπτική. Σημειώνει βέβαια ότι η σύγκλιση αυτή μπορεί να διαπιστωθεί μόνο όταν μεταβληθεί η *κατεύθυνση* του σημείου οράσεως.

Ο Escher θέτει το ερώτημα για το *είδος* της καμπύλης που σχηματίζουν τα καλώδια (εικ. 54) και υποστηρίζει ότι εάν η προβολή γίνεται σε κυλινδρική επιφάνεια, οι καμπύλες που παράγονται είναι ελλείψεις, που όταν αναπτυχτούν σε επίπεδη επιφάνεια μετατρέπονται σε ημιτονοειδείς καμπύλες (εικ. 55).

Μέχρι σήμερα έχουν γίνει πολλές μελέτες πάνω στην καμπυλόγραμμη προοπτική (εικ. 56) κι έχουν παρουσιαστεί αρκετά συστήματα απεικόνισης, με πιο ενδιαφέρον αυτό των A. Barre & A. Fosco (σχ. 57-62), που όμως παρουσιάζει το μειονέκτημα ότι -επειδή η μέθοδος τους είναι κυρίως εμπειρική- απαιτούνται πολύπλοκες πράξεις για να οριστούν οι καμπύλες που αποδίδουν τις ευθείες του χώρου, τα δε φαινόμενα προοπτικά μεγέθη ορίζονται με τριγωνομετρικούς υπολογισμούς.

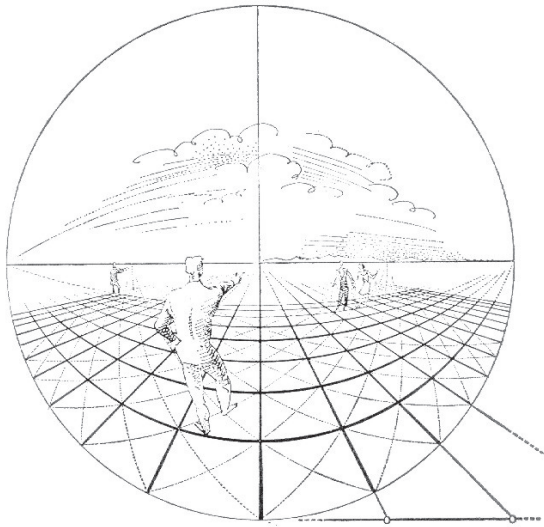


**εικ. 55** Ημιτονοειδείς καμπύλες χαραξών του Bruno Ernst στη λιθογραφία *Cage d'escalier* του Escher

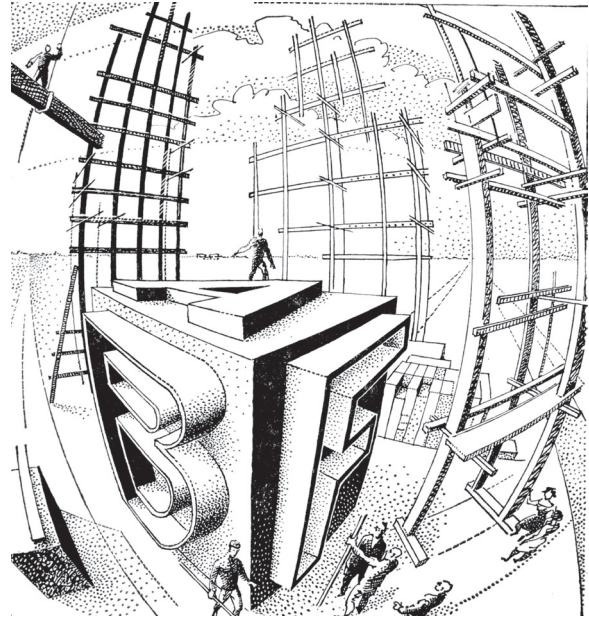


**εικ. 56**

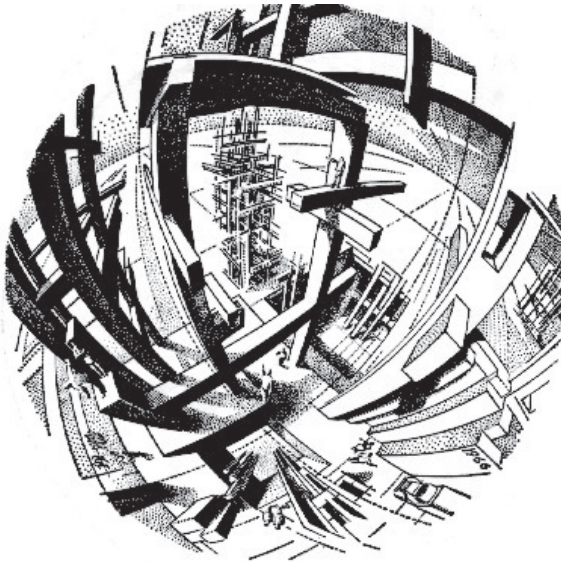




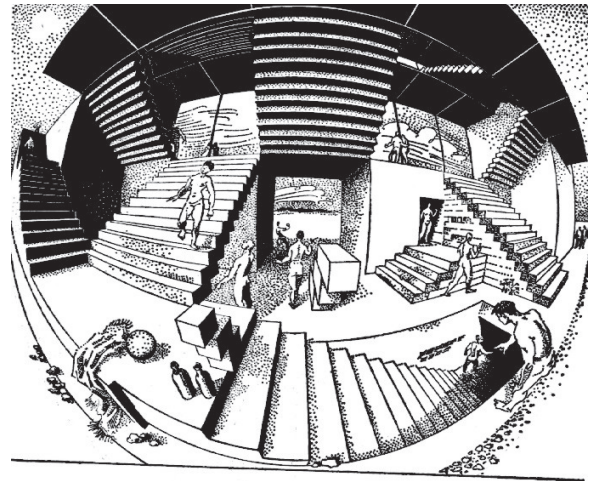
εικ. 57



εικ. 58



εικ. 59



εικ. 60



εικ. 61



εικ. 62

## Συμπεράσματα και κριτική

Μια από τις κυρίαρχες ιδέες της Αναγέννησης, που υπερασπίστηκαν τόσο οι επιστήμονες, όσο και οι καλλιτέχνες, ήταν η *θεμελιώδης ενότητα ανάμεσα στην οπτική εμπειρία και την αντίληψη του χώρου*. Από την άποψη αυτή, η γραμμική προοπτική δεν ήταν τόσο πολύ μια αντιπροσώπευση της οπτικής εμπειρίας, όσο ένα *πεδίο*, όπου η οπτική εμπειρία και η αντίληψη του χώρου συμπλέκονται.

Καθ' όλη τη διάρκεια του 16<sup>ου</sup> αιώνα τα μαθηματικά, η προβολική γεωμετρία, η μεθοδολογία της γραμμικής προοπτικής, η τοπογραφία, η ναυσιπλοΐα και η αστρονομία αντιμετωπίζονται ως διαφορετικές όψεις του ίδιου επιστημονικού πεδίου και πολλά από τα παραπάνω θέματα μελετώνται μαζί και παρουσιάζονται στο ίδιο βιβλίο.

Παράλληλα, οι μελέτες των αρχαίων ελληνικών μνημείων και οι μετρήσεις των εντάσεων και των «οπτικών διορθώσεων», όπως τις αναφέρει ο Βιτρούβιος, κάνουν πολλούς να ισχυριστούν ότι η καμπυλόγραμμη προοπτική είναι αυτή που αποδίδει την οπτική εμπειρία, μια και οι καμπυλόγραμμες προοπτικές εικόνες είναι αυτές που αποτυπώνονται στον αμφιβληστροειδή. Δεν προβάλλονται βέβαια ευθείες στον αμφιβληστροειδή, αλλά ούτως ή άλλως δεν «βλέπουμε» τις εικόνες του αμφιβληστροειδή μας.

Την ίδια εποχή, οι καλλιτέχνες από τον L.da Vinci μέχρι τον Turner γνωρίζουν καλά και προβληματίζονται για τα παράδοξα της γραμμικής προοπτικής, που δε φαίνεται να καταγράφει επακριβώς ολόκληρη την οπτική εμπειρία.

Κατά τον 18<sup>ο</sup> αιώνα η ευρωπαϊκή κουλτούρα άρχισε να καταπιάνεται σοβαρά με θέματα αντίληψης του χρώματος και των οπτικών ψευδαισθήσεων, που έδειχναν ότι η οπτική είναι μάλλον μια ψυχολογική και υποκειμενική διαδικασία. Αργότερα,



εικ. 63 J. Fouquet, *Ile de la Cité*, μινιατούρα, 1460



εικ. 64 Vincent van Gogh, *Το δωμάτιο*, 1889



εικ. 65 David Hockney, *Place Furstenberg*, 1985

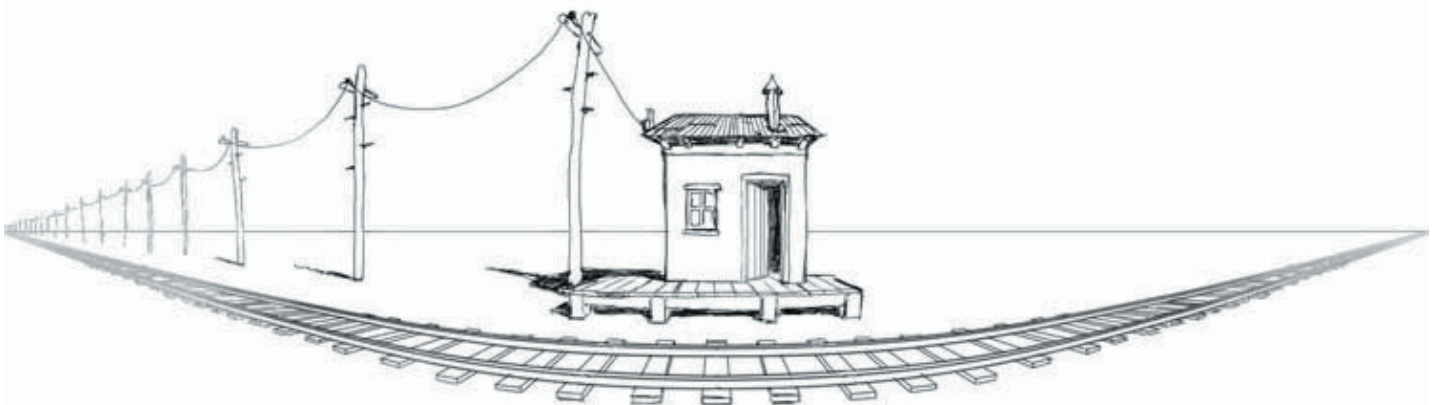
κατά τον 19<sup>ο</sup> αιώνα μερικοί καλλιτέχνες αντιτάχθηκαν στο ότι η αντιπροσώπευση της οπτικής εμπειρίας ή της οπτικής «πραγματικότητας» διαχωρίζεται από τη «γνώση» που προέρχεται από την αντίληψη. Αυτός ήταν ο λόγος της απομόνωσης αρκετών «οπτικών» καλλιτεχνών, όπως ο Constable και ο Monet, που περιέγραφαν τη δουλειά τους ως «οτιδήποτε ήταν διαθέσιμο στον αμφιβληστροειδή τους» και για καλλιτέχνες όπως ο Manet, ο Seurat ή ο J. S. Sargent, που ανέλυαν τη διαδικασία της όρασης, δημιουργώντας εικόνες από ζωγραφικές οπτικές απάτες, δείχνοντας ότι αυτό που βλέπουμε ή ο τρόπος που το βλέπουμε δεν αντιπροσωπεύει αυτό που στη πραγματικότητα «είναι εκεί», μετά από προσεκτική παρατήρηση.

Αντίθετα, άλλοι καλλιτέχνες όπως ο Picasso, ο Pollock, ο Kandinsky, ο Duchamp, ο Riley, ο Martin, απέρριψαν την οπτική πραγματικότητα για χάρη της αίσθησης ή της αντίληψης που μοιάζει να είναι το εμπειρικό απαύγασμα της οπτικής απάτης. Έτσι, βρήκαν τρόπους ν' αναπαραστήσουν άλλες «πραγματικότητες», ως ένα είδος οπτικής εμπειρίας, που δεν έχει κατηγορηματική αναφορά σε στατικές οπτικές εικόνες.

Η καμπυλόγραμμη προοπτική έμοιαζε πια σαν μια συντηρητική αντίδραση, μια προσπάθεια ν' αναδυθεί εκ νέου η ενότητα ανάμεσα στην οπτική εμπειρία και την αντίληψη των τριών διαστάσεων του χώρου.

Μετά από περισσότερο από έναν αιώνα διενέξεων καταλήγουμε (σύμφωνα με τις μελέτες του M. H. Pirenne) ότι ο Rapofsky και οι άλλοι επικριτές της γραμμικής προοπτικής έκαναν μάλλον λάθος, διότι καμία άλλη προβολή δύο διαστάσεων δεν είναι ανώτερη απ' την εικόνα που προκύπτει με τις μεθόδους της γραμμικής προοπτικής, όταν το σημείο οράσεως είναι ένα και ορισμένο και η κατεύθυνση του οπτικού κώνου είναι κεντρική. Κάτω απ' αυτές τις συνθήκες, η προοπτική εικόνα που προκύπτει, αποτυπώνει με ακρίβεια την πραγματική «σκηνή». Φαινομενικά προοπτικά παράδοξα προκύπτουν διότι η εικόνα δεν έχει σημείο οράσεως στο κέντρο της σκηνής και κεντρική κατεύθυνση ή διότι η γεωμετρία της προοπτικής έχει μεταβληθεί, ή διότι άλλες γεωμετρίες έχουν συγχωνευθεί στην ίδια εικόνα.

Με την καμπυλόγραμμη προοπτική αντιπροσωπεύεται η οπτική της ίδιας σκηνής με διαφορετικές κατευθύνσεις, δηλαδή μετατοπίζεται η οπτική διεύθυνση κι επομένως μετατρέπεται ολοκληρωτικά η γεωμετρία της προοπτικής. Τα απομακρυσμένα σημεία της σκηνής συρρικνώνονται και συμπιέζονται στο κέντρο της προβολής (ευρυγώνια προβολή), γεγονός που είναι πέρα από την ανθρώπινη δυνατότητα, έξω δηλαδή από τον οπτικό κώνο της φυσικής όρασης.



σχ. 66 Η παραμόρφωση της ευθυγραμμίας των γραμμών του τρένου, δίνει λανθασμένη εντύπωση για το χώρο

Η γραμμική προοπτική είναι το αποτέλεσμα προβολής από ένα συγκεκριμένο σημείο οράσεως και με συγκεκριμένη και μοναδική διεύθυνση. Από τη στιγμή που οι κανόνες αυτοί χαλαρώσουν ή εγκαταλειφθούν, οι προοπτικές εικόνες καταρρέουν ή παραμορφώνονται σε απρόβλεπτες και έντονα εκφραστικές νέες γεωμετρίες.



**εικ. 67** Η παραμόρφωση της ευρυγώνιας λήψης είναι τέτοια, που ο παρατηρητής δεν αναγνωρίζει αμέσως τη διάταξη του χώρου