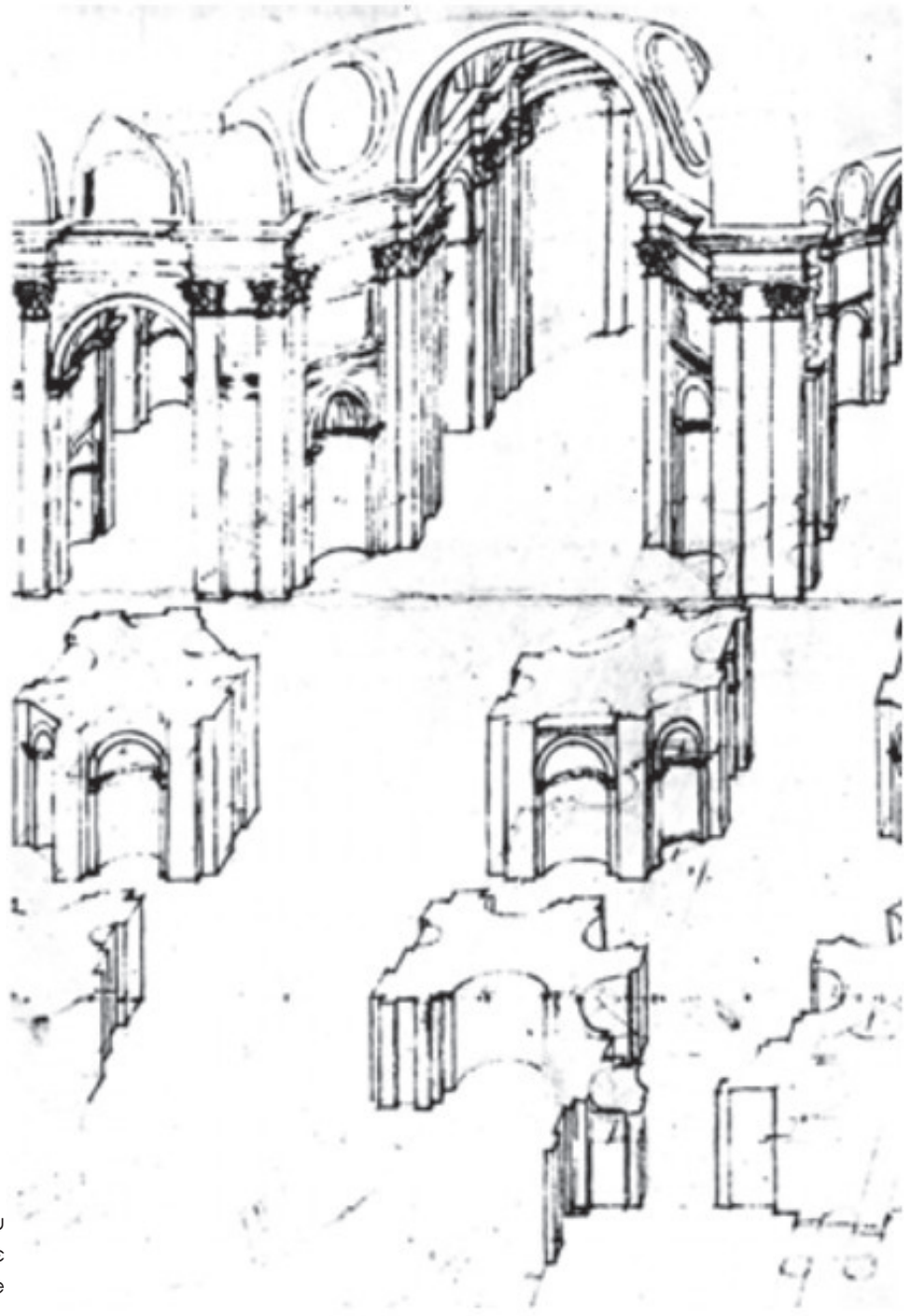


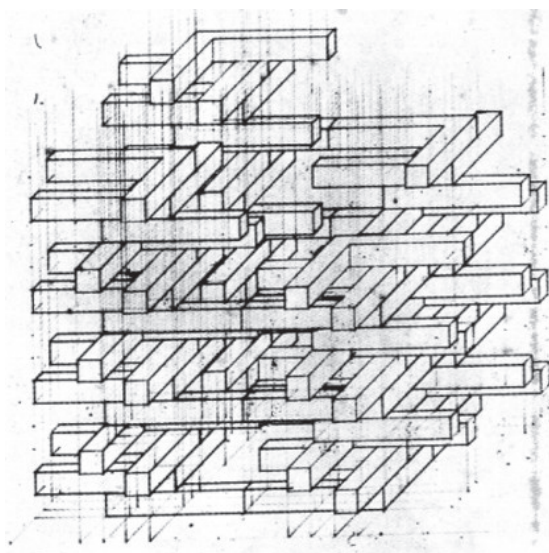
ΑΞΟΝΟΜΕΤΡΙΑ

Εισαγωγή

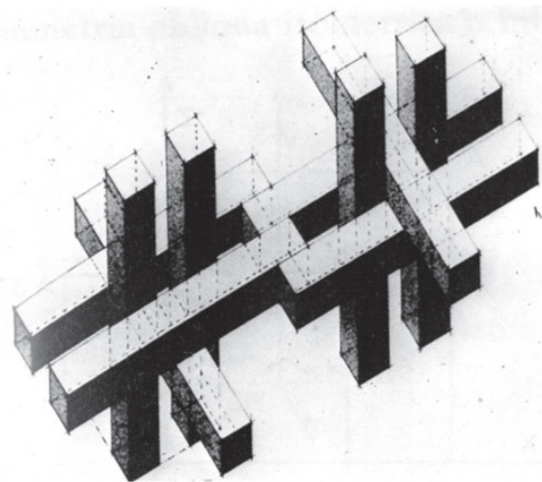
Η προβολή τρισδιάστατου αντικειμένου πάνω σε δισδιάστατη επιφάνεια αποτέλεσε μια από τις βασικές αναζητήσεις μεθόδων απεικόνισης και απασχόλησε από πολύ παλιά τους ανθρώπους. Με την απλή παράλληλη προβολή ενός αντικειμένου του χώρου επί ενός επιπέδου είναι μεν δυνατό να καθοριστεί το σχήμα αυτό καθ' αυτό και η θέση του αντικειμένου στο χώρο, αλλά δεν εξασφαλίζεται η εποπτεία του αντικειμένου.



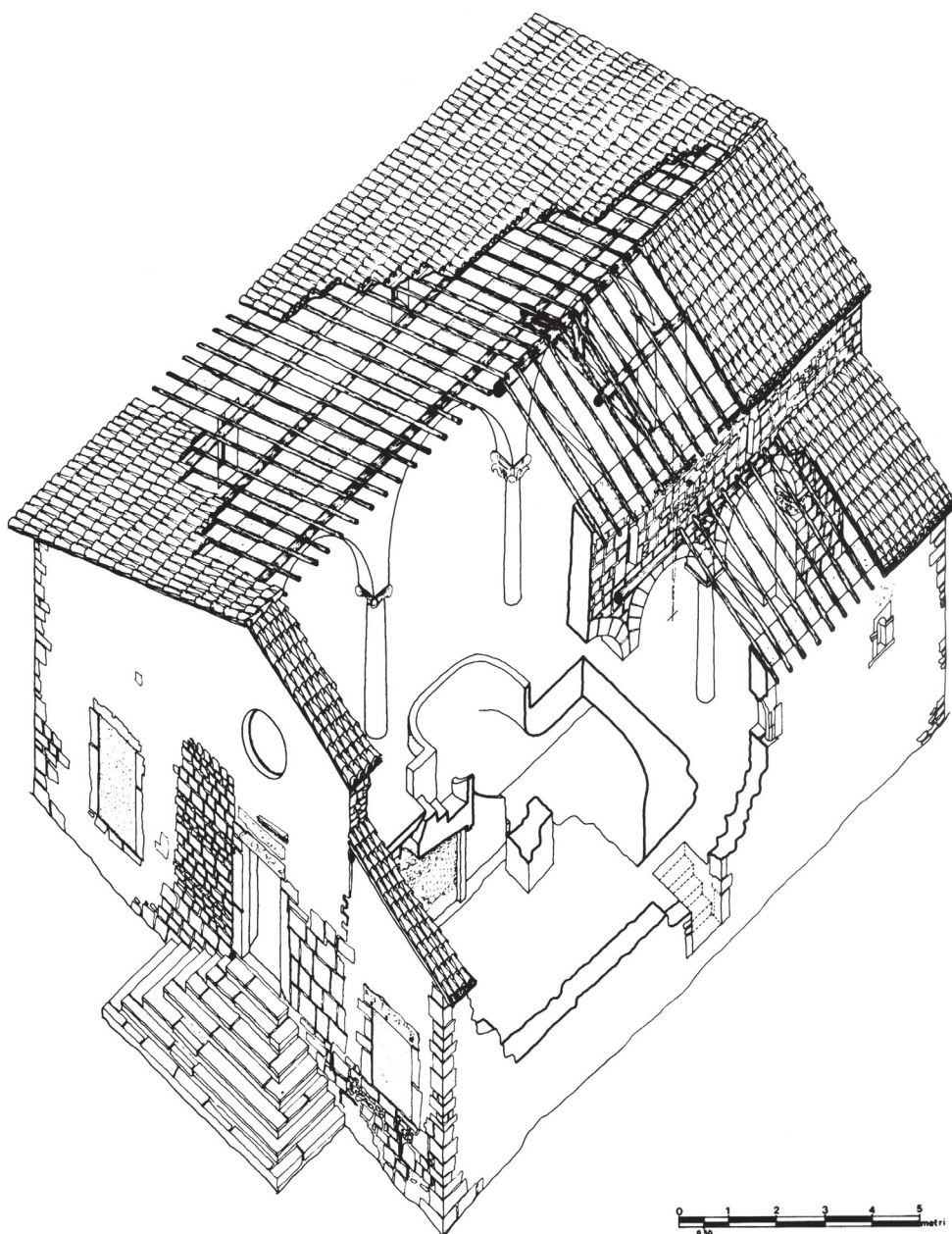
εικ. 1 Αξονομετρική απεικόνιση του Αγ. Πέτρου στη Ρώμη. Σχεδιάστηκε περίπου το 1530 από τον Baldassare Peruzzi (1481 - 1536).



εικ. 2



εικ. 3



εικ. 4

Η μέθοδος της αξονομετρικής απεικόνισης επιτρέπει την προβολή στερεών σε ένα σχέδιο, διατηρώντας τις μετρητικές σχέσεις των τριών διαστάσεων του στερεού, καθώς και την παραλληλία των πλευρών του (σε αντίθεση με την προοπτική), με μετασχηματισμό όμως των επιφανειών του.

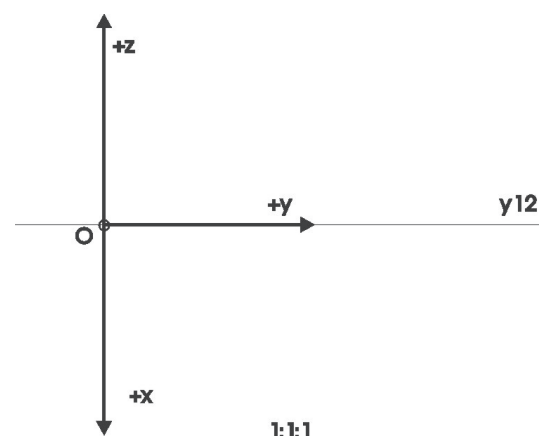
Η αξονομετρία ουσιαστικά επιτρέπει μια τριδιάστατη (αλλά αφηρημένη) απεικόνιση του χώρου με κέντρο προβολής το άπειρο. Είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για απεικονίσεις κτηρίων και κατασκευαστικών ή τεχνικών λεπτομερειών, καθώς επιτρέπει την απεικόνιση αντικειμένων με διαφορετικούς τρόπους, προβάλλοντάς τα ταυτόχρονα από διαφορετικές γωνίες και διευθύνσεις, από ψηλά ή χαμηλά, ενώ ταυτόχρονα αποδεικνύεται ιδανική για την μελέτη και διερεύνηση των όγκων των κατασκευών. Παράλληλα, μπορεί να συνδυαστεί με τις ορθές προβολές για τη μελέτη αντικειμένων ή κτηρίων τεμνομένων σε διαφορετικά σημεία επιτυγχάνοντας την ταυτόχρονη απεικόνιση του εσωτερικού και του εξωτερικού χώρου (εικ. 4). Η αξονομετρική απεικόνιση ενός κτηρίου από ψηλά, μας δίνει τη δυνατότητα απεικόνισής του σαν πρόπλασμα, ενώ αντίθετα η απεικόνισή του από κάτω μας επιτρέπει την απεικόνιση σαν το αντικείμενο ή το κτήριο να είναι τοποθετημένο σε διάφανη βάση.

Σύστημα προβολής

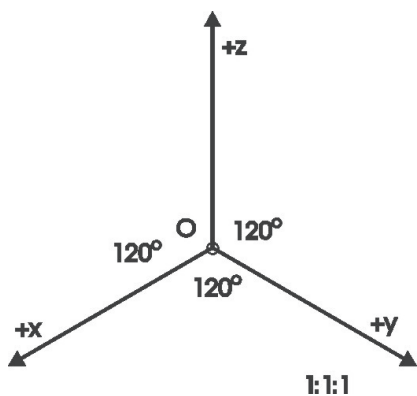
Το σύστημα της αξονομετρικής προβολής έχει άμεση σχέση με το σύστημα Monge και τις ίδιες αρχές. Είναι το σύστημα κατά το οποίο μας δίνεται η δυνατότητα να δούμε τρισδιάστατες εικόνες των σχημάτων του χώρου, χωρίς όμως να έχουμε προοπτική.

Είδαμε στην παραστατική γεωμετρία ότι χρησιμοποιούμε ένα σύστημα αξόνων $Oxyz$ τέτοιο, ώστε ο άξονας των y να παριστάνεται σαν οριζόντια γραμμή (άξονας $y12$), η περιοχή κάτω από τον άξονα $y12$ είναι εκείνη των θετικών αποστάσεων ($+x$) και η περιοχή πάνω από τον $y12$ είναι η περιοχή των θετικών υψομέτρων ($+z$) (σχ. 5).

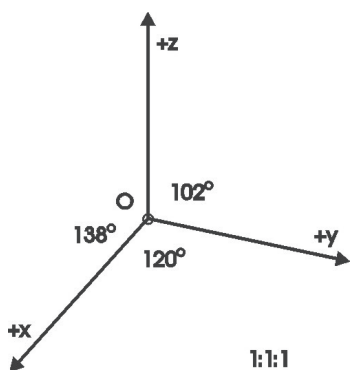
Το τρισσορθογώνιο σύστημα αξόνων $Oxyz$ αλλάζει



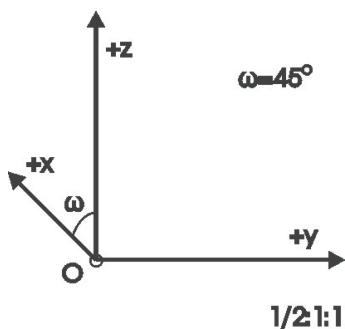
σχ. 5



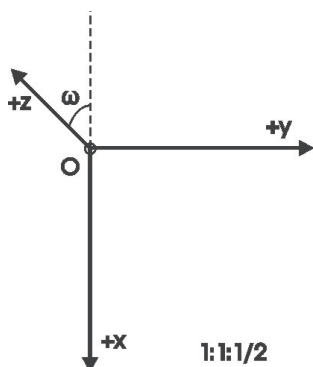
σχ. 6



σχ. 7



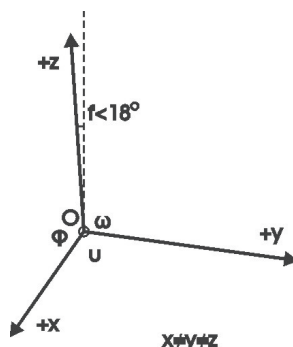
σχ. 8



σχ. 9

θέση στην αξονομετρία και υπάρχουν διάφοροι τρόποι διάταξής του:

- **Ισομετρική αξονομετρική προβολή.** Είναι η πιο αληθοφανής προβολή. Οι άξονες x, y, z σχηματίζουν μεταξύ τους ίσες γωνίες 120° και τα μοναδιαία διανύσματα απεικονίζονται από τη σχέση $1:1:1$ (σχ. 6). Μπορούμε να στρέψουμε τους άξονες x και y το πολύ μέχρι 18° και να διατηρήσουμε τα μοναδιαία διανύσματα με τη σχέση $1:1:1$ (σχ. 7).
- **Γλάγια διμετρική αξονομετρική προβολή (Cavalière).** Στη μετωπική διμετρική προβολή οι άξονες y και z είναι κάθετοι μεταξύ τους, ενώ ο άξονας x σχηματίζει με τον z γωνία ω , που μπορεί να είναι 30° , 45° ή 60° (σχ. 8). Στην οριζόντια διμετρική προβολή οι άξονες x και y είναι κάθετοι μεταξύ τους, ενώ ο άξονας z σχηματίζει με τον x γωνία ω , ίση με 30° , 45° ή 60° (σχ. 9). Και στις δύο περιπτώσεις οι αναλογία των μοναδιαίων διανυσμάτων είναι $1:1:\frac{1}{2}$.
- **Τριμετρική αξονομετρική προβολή.** Στην τριμετρική προβολή οι άξονες x, y, z σχηματίζουν μεταξύ τους τυχαίες κωνίες, τα δε μοναδιαία διανύσματα είναι μεταξύ τους διάφορα (σχ. 10). Συνήθως δε στρέφουμε τον άξονα z περισσότερο από 18° από την κατακόρυφη, για να μην έχουμε παράδοξες απεικονίσεις.



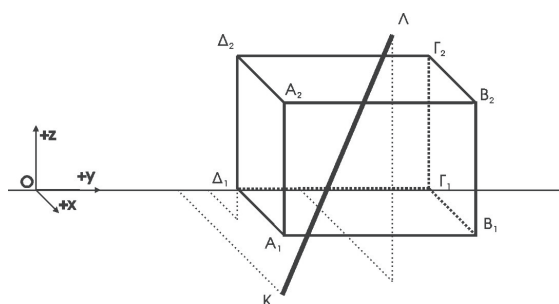
σχ. 10

Απεικόνιση βασικών σχημάτων

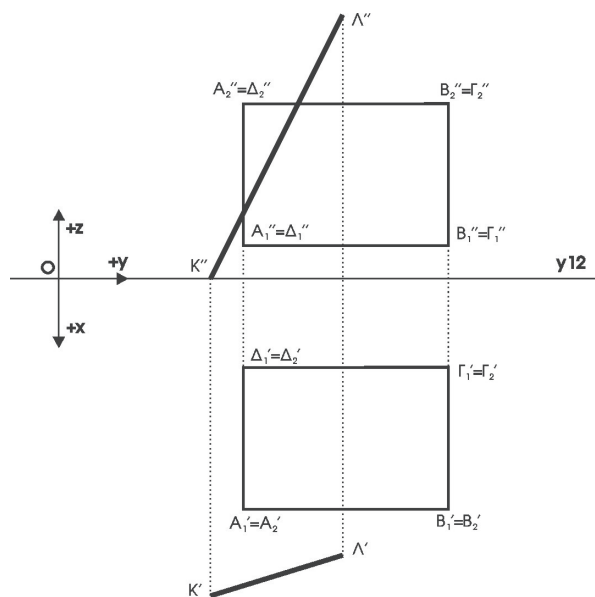
Απεικόνιση ευθειών και πολυέδρων

Η κατασκευή μιας αξονομετρικής προβολής είναι θέμα απλό, όταν γνωρίζουμε τις ορθές προβολές (προβολές Monge) ενός αντικειμένου (σχ. 11).

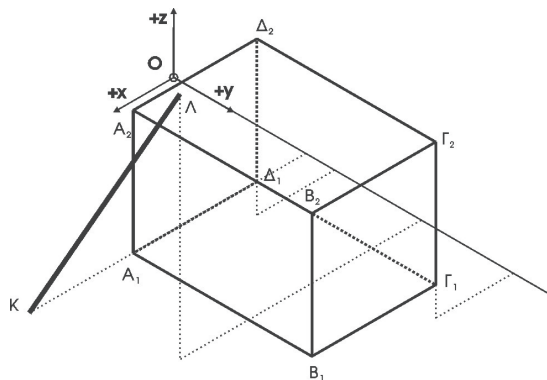
Κατ' αρχήν τοποθετούμε το σημείο έναρξης μετρήσεων, το σημείο O , τόσο στην ορθή, όσο και στην αξονομετρική προβολή και ορίζουμε τις θέσεις και τα μεγέθη των αξόνων x , y , z της αξονομετρικής προβολής. Με τον τρόπο αυτό, κάθε σημείο της ορθής απεικόνισης ορίζεται μέσω των τριών συντεταγμένων του. Μεταφέρουμε τα διανύσματα κάθε σημείου στους αντίστοιχους άξονες της αξονομετρικής προβολής. Στα σχήματα 12 και 13 παρουσιάζονται οι αξονομετρικές απεικονίσεις ενός παραλληλεπιπέδου και μιας ευθείας σε μετωπική διμετρική και ισομετρική αξονομετρική προβολή.



σχ. 12



σχ. 11

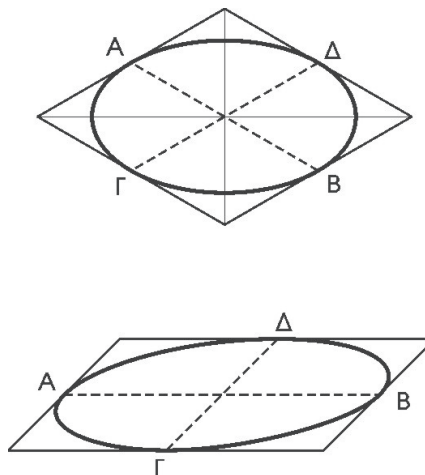


σχ. 13

Απεικόνιση κύκλου

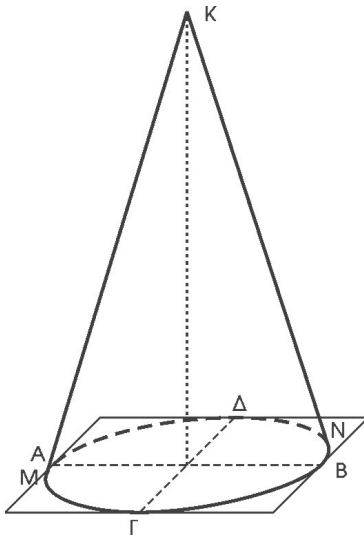
Ένας κύκλος κατασκευάζεται στην αξονομετρία μέσω του περιγεγραμμένου του τετραγώνου (σχ. 14). Τα σημεία A, B, Γ, Δ είναι τα μέσα των πλευρών του περιγεγραμμένου τετραγώνου, όπως αυτό έχει μετασχηματιστεί σε πλάγιο παραλληλόγραμμο στην αξονομετρική του προβολή. Οι AB και $\Gamma\Delta$ είναι συζυγείς διάμετροι της έλλειψης, που αναπαριστά τον κύκλο στην αξονομετρία. Μέσω των συζυγών διαμέτρων μπορούμε να κατασκευάσουμε την καμπύλη της έλλειψης¹.

Για τα στερεά εκ περιστροφής που έχουν έδρες κυκλικές (κύλινδρος και κώνος) κατασκευάζουμε



σχ. 14

1. βλ. Παράρτημα Α, παρ. 26



σχ. 15

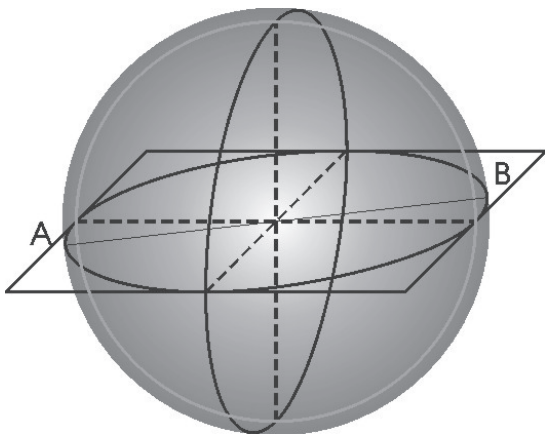
πρώτα τις αξονομετρικές προβολές των κυκλικών βάσεων και προσδιορίζουμε τις ακραίες γενέτειρες μέσω της ευθείας Pascal² (σχ. 15).

Απεικόνιση σφαίρας

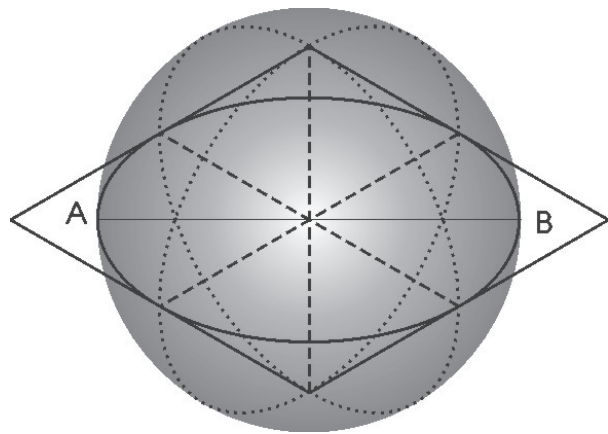
Μία σφαίρα απεικονίζεται αξονομετρικά σαν κύκλος, ανεξάρτητα από το αξονομετρικό σύστημα συντεταγμένων. Ειδικά στην τριμετρική προβολή η απεικόνιση της σφαίρας ως κύκλου είναι το κριτήριο για τον ορθό προσδιορισμό των αξόνων και των μοναδιαίων διανυσμάτων.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 16, μπορούμε να προσδιορίσουμε αξονομετρικά τον οριζόντιο και τους δύο κατακόρυφους μέγιστους κύκλους της σφαίρας και με κέντρο τα κέντρα των ελλείψεων να φέρουμε τον περιβάλλοντα κύκλο, τον κύκλο δηλαδή που εφάπτεται και στις τρεις ελλείψεις. Πιο απλά, μπορούμε να προσδιορίσουμε την αξονομετρική προβολή μόνο του ενός μέγιστου κύκλου και να κατασκευάσουμε τον κύκλο που προσδιορίζει τη σφαίρα με κέντρο το κέντρο της έλλειψης και διάμετρο ίση με τον μεγάλο άξονα της έλλειψης AB (σχ. 16, 17).

Στα σχήματα που ακολουθούν, παριστάνονται πολύεδρα σε διάφορες αξονομετρικές προβολές,

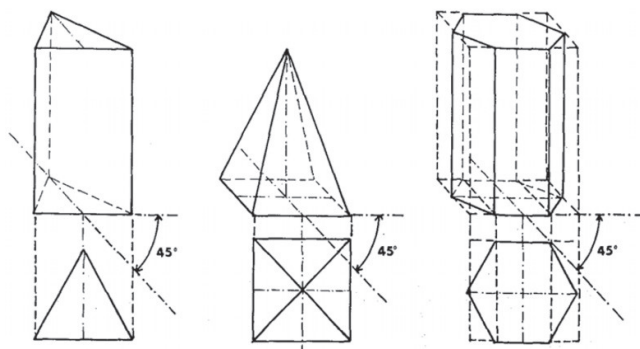


σχ. 16

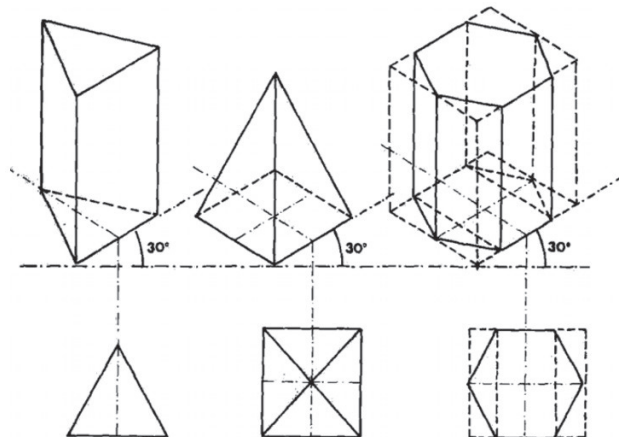


σχ. 17

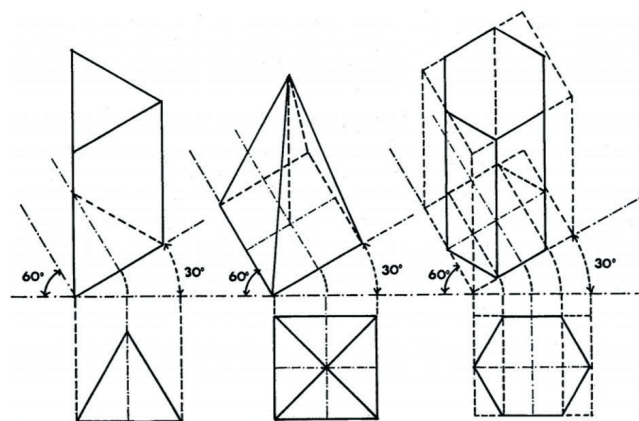
2. βλ. Παράρτημα Α, παρ. 23 - 24



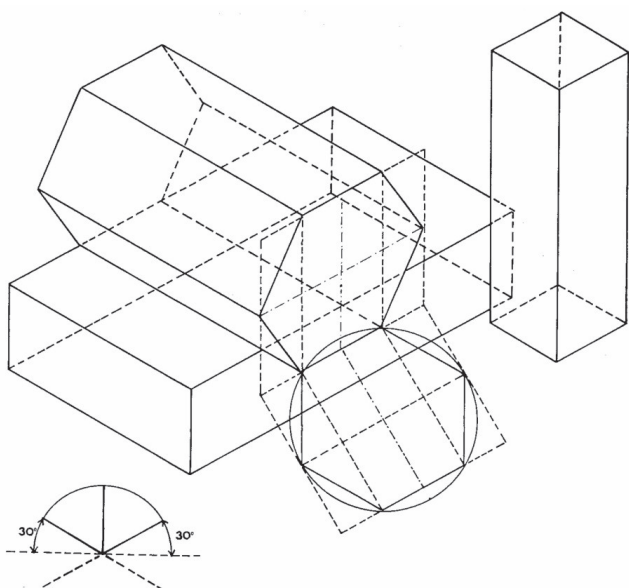
σχ. 18 Διμετρική μετωπική προβολή



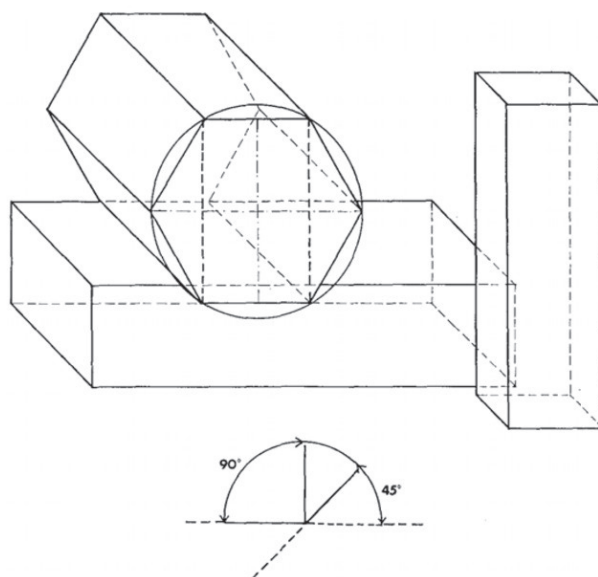
σχ. 19 Ισομετρική προβολή



σχ. 20 Ισομετρική στρατιωτική προβολή



σχ. 21 Ισομετρική προβολή



σχ. 22 Διμετρική μετωπική προβολή

